أولًا: الجبر



نمــوذج (١)



السؤال الأول

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان $٢^{س} = ٥$ ، $٥^{ص} = ٢٠$ فإن $\frac{س ص}{س + ٢} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

٢ إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢ س}{(س-٢)(س^{٢}+٤)}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ع − {٠ ، −٤} (ب) ع − {٠ ، ٢} (جـ) ع − {٠} (د) ع

٣ إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل(أَ) = ٢ ل(أ) فإن ل(أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

٤ مجموعة أصفار الدالة د حيث $د(س) = س^{٤} - ١٦$ فى ع هى ....

(أ) {٢} (ب) {٤} (جـ) {٢ ، −٢} (د) {٤ ، −٤}

٥ مجموعة حل المعادلتين: ٣ س − ٥ ص = ٠ ، ٥ س − ٣ ص = ٠ معًا فى ع × ع هى ....

(أ) {(٥ ، ٣)} (ب) {(٣ ، ٥)} (جـ) {(٠ ، ٠)} (د) ∅

٦ إذا كانت مساحة سطح مربع ٧٢ $سم^{٢}$ فإن طول قطره = ... سم.

(أ) ٦ (ب) $٦\sqrt{٢}$ (جـ) ١٢ (د) ١٨



السؤال الثانى

١ إذا كان $ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٦ س + ٩} + \frac{س^{٢} + ٣ س + ٩}{س^{٣} - ٢٧}$

أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبينًا المجال.

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} = ٣ س + ٢$ فى ع مستخدمًا القانون العام.



السؤال الثالث

١ إذا كان $ن_1(س) = \frac{س^2 - س}{س^3 - 2س^2}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^2 - 3س + 2}{س^3 - 4س^2 + 4س}$ ، فأثبت أن $ن_1 = ن_2$

٢ أوجد مجموعة الحل فى ع × ع للمعادلتين الآتيتين.

$س - ص = 4$ ، $س^2 - 3ص^2 = 22$



السؤال الرابع

١ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث:

$$ن(س) = \frac{2س^2 - س - 6}{س^2 - 3س} \div \frac{4س^2 - 9}{2س^2 - 3س}$$

٢ أوجد جبريًا فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين:

$س - 3ص = 5$ ، $3س + 2ص = 4$



السؤال الخامس

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان ل (أ) = $\frac{1}{4}$ ، ل (ب) = $\frac{1}{2}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{5}{8}$

أوجد كلًّا من:

(أ) ل(أ ∩ ب)　　(ب) ل(ب − أ)　　(جـ) ل(أ ∩ بَ)

٢ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س - 3}{س + 3} \times \frac{س + 1}{س^2 - 1}$$



نمـــوذج (٢)

السؤال الأول

(٦)

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان للمعادلتين: س + ٣ ص = ٥ ، ك س + ٦ ص = ١٠

عدد لا نهائى من الحلول فى ع × ع فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

٢ إذا كانت: مجموعة حل المعادلة: س^{٢} – أ س + ٤ = ٠ هى {–٢}

فإن أ = ...

(أ) –٢ (ب) –٤ (جـ) ٢ (د) ٤

٣ إذا كان: أ ب = ٣ ، أ ب^{٢} = ١٢ فإن أ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٤ (د) $\frac{١}{٤}$

٤ أبسط صورة للدالة د حيث د(س) = $\frac{٣ - س}{س - ٣}$ ، س ≠ ٣ هى ....

(أ) –١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٣

٥ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية فإن ل (أ – ب) = ...

(أ) ل (ب) (ب) ل (أ) (جـ) ل (أَ) (د) ل (بَ)

٦ مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ هى ....

(أ) {–٣} (ب) {٣} (جـ) {٣ ، –٣} (د) ∅

السؤال الثانى

(٣)

١ أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال:

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٧س + ١٢} - \frac{س - ٣}{٣ - س}$$

٢ أوجد فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًّا.

س + ص = ٥ ، س^{٢} + س ص = ١٥



السؤال الثالث

١ أوجد فى ع مجموعة حل المعادلة : (س − ٢) (س + ٤) + ٣ = ٠

باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.

٢ أوجد ں (س) فى أبسط صورة موضحًا المجال حيث:

$$ں (س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ - ٢ س - ١٥} \div \frac{س^٢ + ٢ س + ٤}{س - ٥}$$



السؤال الرابع

١ إذا كان $ں (س) = \frac{س^٢ - ٢ س}{س - ٢}$

(ا) أوجد $ں^{-١}$ (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال.

(ب) إذا كان $ں^{-١} (س) = \frac{١}{٣}$ فما قيمة س؟

٢ أوجد فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

$$س - ٢ ص = ١ \quad ، \quad ٥ س ص - س^٢ = ٤$$



السؤال الخامس

١ إذا كان $ں_١ (س) = \frac{٢ س}{٢ س + ٤}$ ، $ں_٢ (س) = \frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ + ٤ س + ٤}$ ، فأثبت أن $ں_١ = ں_٢$

٢ إذا كان ٲ ، ٮ حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (ٲ) = $\frac{١}{٢}$ ،

٢ ل (ٮ) = ل (ٮَ)، فأوجد: ل (ٲ ∪ ٮ) فى كل من الحالتين الآتيتين:

(ا) ل(ٲ ∩ ٮ) = $\frac{١}{٦}$

(ب) ٲ ، ٮ حدثان متنافيان.



نمـــوذج (٣)

٢٠ / ......

السؤال الأول

٦ / ......

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، ٢ ص + ٢ س = ٣ معًا فى ع × ع هو ....

(ا) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى

٢ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د: د (س) = س^{٢} + ٢ هى ....

(ا) س = −٢ (ب) س = ٠ (جـ) ص = ٢ (د) ص = ٠

٣ إذا كان: ٧$^{ك-٥}$ = ٢$^{٢ك-١٠}$ فإن ك = ...

(ا) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٠

٤ إذا كان ن (س) = $\frac{١}{(س - ٢)^{٢}}$ فإن مجال ن$^{-١}$ هو ....

(ا) ع − {١ ، ٢} (ب) ع (جـ) ع − {٢} (د) {٢}

٥ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٤س + ٤}$ هى ....

(ا) {٢} (ب) {−٣} (جـ) {٢ ، −٣} (د) {−١ ، ٦}

٦ إذا كان أَ هو الحدث المكمل للحدث أ فى فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٣ ل (أَ) فإن ل (أ) = ...

(ا) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

السؤال الثانى

٣ / ......

١ أوجد فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤

٢ إذا كان: ن (س) = $\frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال.



السؤال الثالث

❶ باستخدام القانون العام أوجد فى ع مجموعة حل المعادلة:

س (س − ٢) = ١ (علمًا بأن $\sqrt{٢} \simeq ١,٤١٤$)

❷ إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} - ٩} + \frac{١٠ - ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٥}$

أوجد: ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال.

٤

السؤال الرابع

❶ أوجد فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا.

س − ٢ص = ١ ، $\text{س}^{٢} - ٣\text{س}\text{ص} + ٨\text{ص}^{٢} = ٨$

❷ إذا كان: $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} - ٧}{\text{س}^{٢} - ٩\text{س} + ١٤}$

هل $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$ ؟ ولماذا؟



السؤال الخامس

❶ إذا كان ﺃ ، ب حدثين من فضاء عينة «ف» لتجربة عشوائية وكان ل (ﺃ − ب) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٦

أوجد ل (ﺃ ∪ ب)

❷ إذا كان: ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ فأوجد $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ مبينًا المجال ثم أوجد $\text{ن}^{-١}(٣)$ إن أمكن.



نمـــوذج (٤)

٦

السؤال الأول

- **اختر الإجابة الصحيحة:**

١ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين س + ٢ ص = ٤ ، ٢ س + ك ص = ١١ متوازيين فإن ك = ...

(أ) −٤ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٤

٢ مجموعة أصفار الدالة د حيث د (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ هى ....

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢} (جـ) {−١} (د) {٢، −١}

٣ إذا كانت س ص = ١٢ ، ع ص = ٢٠ ، س ع = ١٥ حيث س ∈ ع$_{+}$ ، ص ∈ ع$_{+}$ ، ع ∈ ع$_{+}$

فإن س ص ع = ...

(أ) ± ٦٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ± ٣٦٠

٤ إذا كان س + ٣ ص = ٧ فإن قيمة س + ٣ (ص + ٥) = ...

(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ٢١ (د) ٢٢

٥ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢\ \text{س}}{\text{س}^{٢} - ١}$ ، $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - \text{س}}$ هو ....

(أ) ع − {١} (ب) ع − {٠ ، ١} (جـ) ع − {٠ ، ١ ، −١} (د) ع − {−١ ، ١}

٦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨

فإن ل (ب) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٠٣ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,١٣

٣

السؤال الثانى

١ إذا كان: ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٢\ \text{س}}{\text{س}^{٢} - ٣\ \text{س} + ٢}$ فأوجد:

(أ) ن$^{-١}$(س) فى أبسط صورة مبينًا مجاله. (ب) قيمة س إذا كان ن$^{-١}$(س) = ٣

٢ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

س − ٣ ص = ٤ ، ٣ س ص − ص^{٢} = ٢٠ فى ع × ع

السؤال الثالث

...... / ٣

❶ إذا كان $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{٢\text{س} + ٨}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٤\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٨\text{س} + ١٦}$

فأثبت أن: $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

❷ **أوجد** فى ع مجموعة حل المعادلة: $\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١١ = ٠$ باستخدام القانون العام.

السؤال الرابع

...... / ٤

❶ إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{س}} \times \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$

فأوجد ن (س) فى أبسط صورة محددًا مجاله.

❷ **أوجد** جبريًّا فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

$\text{ص} = ٣\text{س} - ١$ ، $\text{س} - \text{ص} + ١ = ٠$

السؤال الخامس

...... / ٤

❶ إذا كان ﺃ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (ﺃ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ﺃ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$

فأوجد ل (ب) إذا كان:

(أ) ﺃ ، ب حدثين متنافيين.

(ب) ﺃ ⊂ ب

❷ إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٢} - \frac{٤}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س}}$

فأوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجاله ثم **أوجد** قيمة ن (٤) إن أمكن.



نمـــوذج (٥)

٦

السؤال الأول

• **اختر الإجابة الصحيحة:**

١) إذا كان $٩^{س} = ٥$ فإن $٣^{٢س+٢} =$ ....

(أ) ٥　　(ب) ١٥　　(جـ) ٣٠　　(د) ٤٥

٢) مجال المعكوس الجمعى للدالة ن : ن (س) $= \frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) ع − {−٢}　　(ب) ع − {٣}　　(جـ) ع − {−٢ ، ٣}　　(د) ع − {−٣}

٣) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة "ف" لتجربة عشوائية وكان أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦

فإن ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٢　　(ب) ٠,٦　　(جـ) ٠,٤　　(د) ٠,٨

٤) أبسط صورة للدالة ن حيث ن (س) $= \frac{٤س^{٢} - ٢س}{٢س}$ ، س ≠ ٠ هى ....

(أ) $٤س^{٢}$　　(ب) ٤س　　(جـ) ٢س　　(د) ٢س − ١

٥) إذا كان $أ^{٢} - ب^{٢} = ٦$ ، أ + ب = $\sqrt{٣}$ فإن $(أ - ب)^{٢} =$ ....

(أ) $٢\sqrt{٣}$　　(ب) ٦　　(جـ) ١٢　　(د) $٤\sqrt{٣}$

٦) إذا كان للمعادلتين س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س − ك ص = ٢١ عدد لا نهائى من الحلول فى ع × ع فإن ك = ...

(أ) −١٢　　(ب) −٤　　(جـ) ٤　　(د) ١٢

٣

السؤال الثانى

١) باستخدام القانون العام **أوجد** فى ع مجموعة حل المعادلة: $س + \frac{٤}{س} = ٦$

٢) **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مبينًا المجال :

$$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س + ٣} \times \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٣} - ٨}$$



السؤال الثالث

١ أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين فى ع × ع

٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٥

٢ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^٢ + س}{س^٢ - ١} + \frac{س - ٥}{س^٢ - ٦س + ٥}$$



السؤال الرابع

١ اختصر لأبسط صورة مبينًا مجال:

$$ن(س) = \frac{٩ س + ٣}{١٠س^٢ - ١٧س + ٣} \div \frac{٣ س + ١}{٢ س - ٣}$$

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٦}$

، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل (أ)

فأوجد : (أ) ل (ب) (ب) ل (أ ∪ ب)



السؤال الخامس

١ أوجد فى ع × ع مجموعة حل المعادلتين الآتيتين.

س - ص = ٢ ، س^٢ + ص^٢ = ٢٠

٢ إذا كان: $ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س}{س^٢ - ٥ س + ٦}$

أوجد: (أ) ن$^{-١}$ (س) فى أبسط صورة وعين مجاله.

(ب) قيمة س إذا كان ن$^{-١}$ (س) = ٢

ثانيًا: الهندسة

نمـــوذج (١)

..... / ٢٠



السؤال الأول

..... / ٦

• اختر الإجابة الصحيحة :

١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى $\frac{١}{٣}$ دائرة تساوى .... °

(أ) ٢٤٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٣٠

٢ إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، −٢) فإن إحداثى نقطة ب هى ....

(أ) (٥ ، ٢) (ب) (٥ ، −٢) (جـ) (−٥ ، −٢) (د) (−٥ ، ٢)

٣ دائرة طول نصف قطرها ٧سم فإن محيطها = ... π سم

(أ) ٧ (ب) ٩ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٤ أكبر الأوتار طولًا فى الدائرة يسمى ....

(أ) مماسًّا (ب) قاطعًا (جـ) قطرًا (د) قوسًا

٥ فى الشكل المقابل:

$\overleftarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب حـ

فإن ق(∠ ء أ ب) = ... °



(أ) ٣٠ (ب) ٤٥

(جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٦ إذا كانت دائرتان م ، ں متماستين من الداخل، طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩سم فإن م ں = ... سم.

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

السؤال الثانى

..... / ٣

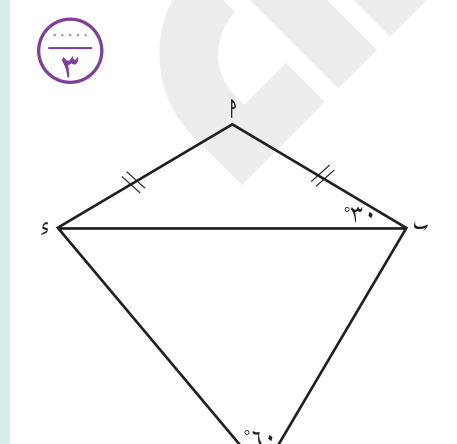
١ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائريًّا.

٢ فى الشكل المقابل:

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه أ ب = أ ء ،

ق(∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق(∠ حـ) = ٦٠ °

أثبت أن الشكل: أ ب حـ ء رباعى دائرى.



السؤال الثالث

٣

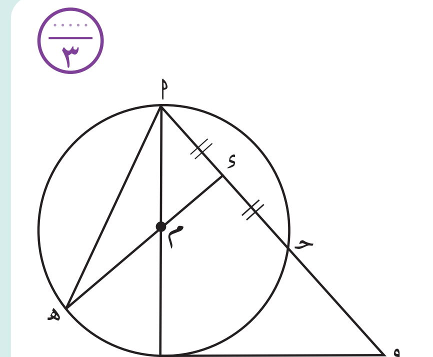
❶ فى الشكل المقابل:

و ب قطعة مماسة للدائرة م ، أ ب قطر فيها

، ء منتصف أ حـ أثبت أن:

(أ) الشكل ء و ب م رباعى دائرى

(ب) ق(∠ أ و ب) = ٢ ق(∠ ب أ هـ)

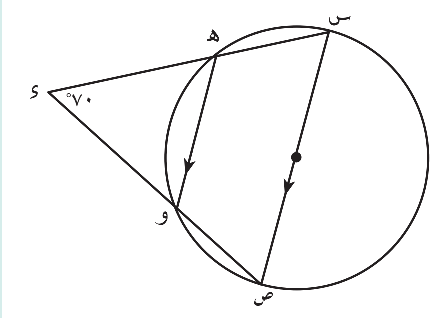


❷ فى الشكل المقابل:

س ص قطر فى الدائرة ، هـ و وتر فيها حيث

س ص // هـ و ، ق(∠ ء) = ٧٠°

أوجد ق(∠ س)



السؤال الرابع

٤

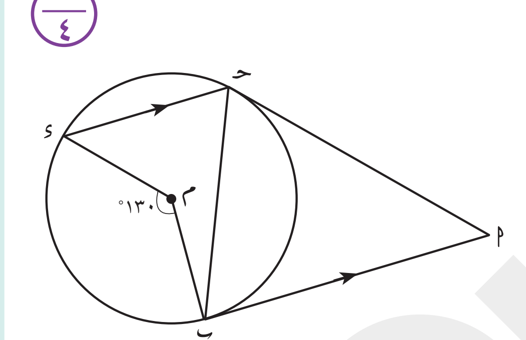
❶ فى الشكل المقابل:

أ ب ، أ حـ قطعتان متماستان للدائرة م

، أ ب // حـ ء ، ق(∠ ب م ء) = ١٣٠°

(أ) أثبت أن: حـ ب ينصف ∠ أ حـ ء

(ب) أوجد بالبرهان: ق(∠ أ)

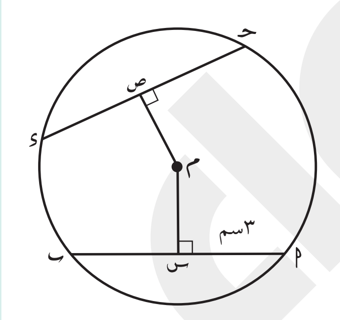


❷ فى الشكل المقابل:

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ حـ ء

، م س = م ص ، أ س = ٣سم.

أوجد: طول حـ ء



السؤال الخامس

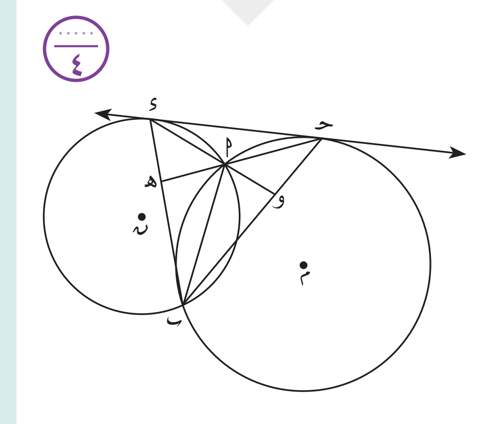
٤

❶ فى الشكل المقابل:

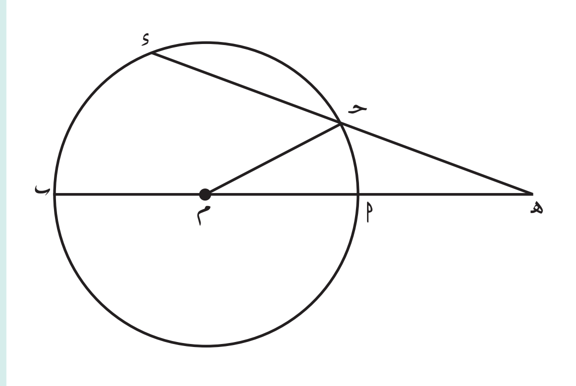
دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب على الترتيب

، حـ ء مماس مشترك للدائرتين عند حـ ، ء

، برهن أن الشكل أ و ب هـ رباعى دائرى.



❷ فى الشكل المقابل:



أب قطر فى الدائرة م ، بأ ⃖ ∩ ءحـ ⃖ = {هـ}

، ق(⌢ءب) = ٨٠° ، ق(∠ هـ) = ٢٠°

(ا) أوجد: ق(⌢أحـ)

(ب) برهن على أن : هـحـ > هـأ



نمــوذج (٢)

السؤال الأول



• اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ قياس الزاوية الخارجة عند رأس المثلث المتساوى الأضلاع = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٦٠

٣ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تساوى ....°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

٤ أ ب حـ مثلث فيه (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} < (أ حـ)^{٢} فإن (∠ حـ) تكون ....

(أ) قائمة (ب) حادة (جـ) مستقيمة (د) منفرجة

٥ ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ، ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ ب) فإن ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٦ أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ق (∠ ب) = ٥٠° فإن ق (∠ ء) = ...°

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٣٠

السؤال الثانى

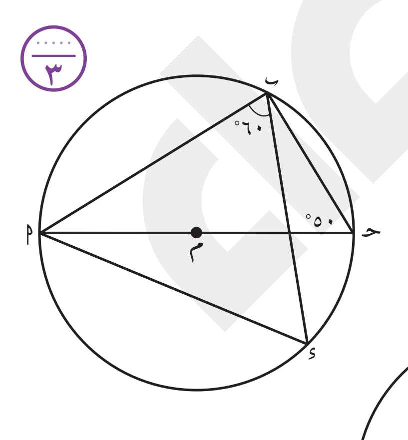
٣



١ فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ حـ}}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ حـ) = ٥٠° ، ق (∠ أ ب ء) = ٦٠°

أوجد بالبرهان: ق (∠ حـ ب ء) ، ق (∠ ب أ ء)





٢ فى الشكل المقابل:

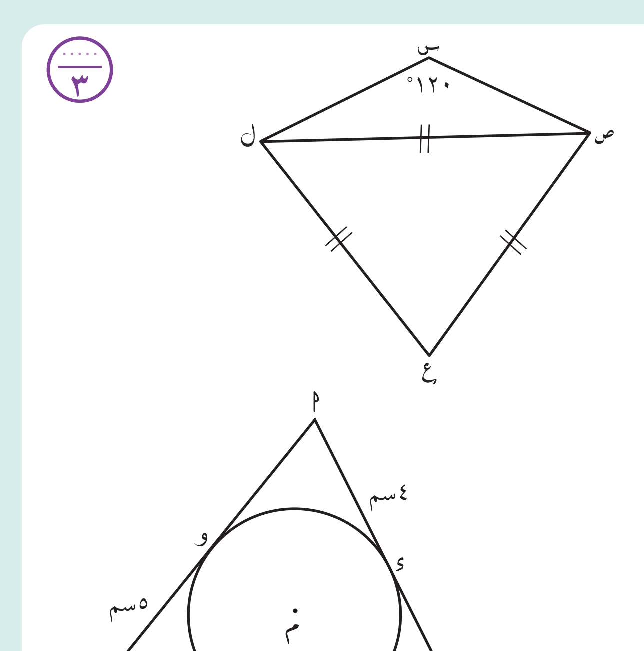
دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

وتران فى الدائرة الكبرى يمسان الدائرة الصغرى

فى س ، ص على الترتيب،

أثبت أن: أ ب = أ حـ

السؤال الثالث





❶ فى الشكل المقابل:

المثلث ل ص ع متساوى الأضلاع

، ق (∠ ص س ل) = ١٢٠°

أثبت أن: الشكل س ص ع ل رباعى دائرى.

❷ فى الشكل المقابل:

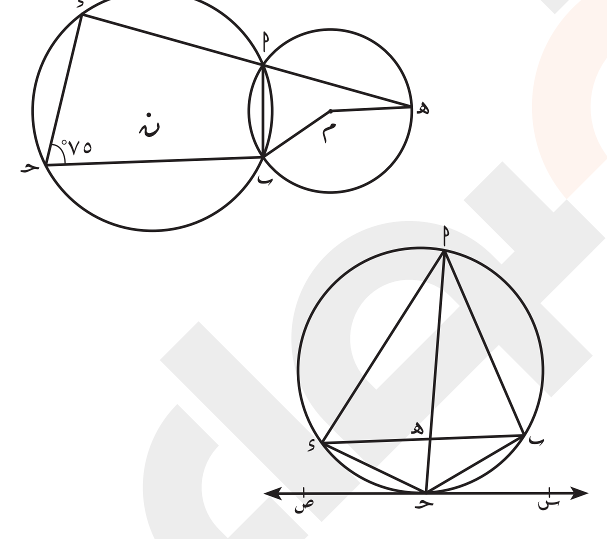
أ ب حـ مثلث مرسوم خارج الدائرة م التى تمس

أضلاعه $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ فى ء ، هـ ، و على الترتيب،

فإذا كان: أ ء = ٤ سم ، ب هـ = ٣ سم ، حـ و = ٥ سم

فأوجد محيط Δ أ ب حـ

السؤال الرابع



❶ فى الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، $\overleftarrow{ء أ}$ يقطع الدائرة م فى هـ فإذا كان: ق (∠ حـ) = ٧٥°

أوجد بالبرهان: ق (∠ ب م هـ)

❷ فى الشكل المقابل:

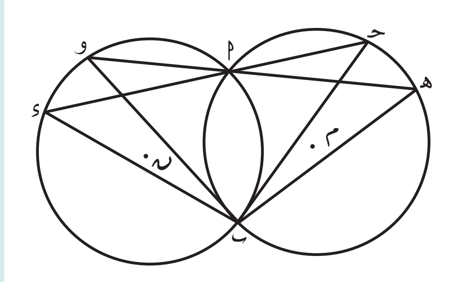
أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة تقاطع قطراه فى هـ

رسم $\overleftrightarrow{س ص}$ مماسًا للدائرة عند حـ حيث $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب ء}$

أثبت أن: $\overrightarrow{أ حـ}$ ينصف ∠ ب أ ء

السؤال الخامس





❶ فى الشكل المقابل:

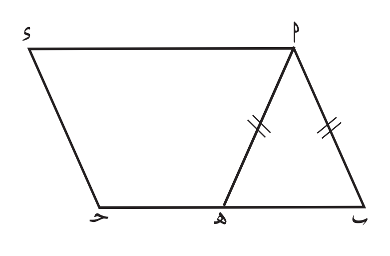
م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، رسم $\overleftrightarrow{أ حـ}$ يقطع الدائرة م فى حـ ويقطع الدائرة ن فى ء أ

، رسم $\overleftrightarrow{أ هـ}$ يقطع الدائرة م فى هـ ويقطع الدائرة ن فى و

أثبت أن: ق(∠ هـ ب حـ) = ق(∠ و ب ء)

❷ في الشكل المقابل:



م ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث: م ب = م هـ

أثبت أن: (ا) الشكل م هـ حـ ء شكل رباعى دائرى.

(ب) $\overleftarrow{\text{م ء}}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ م ب هـ



نمــــوذج (٣)

السؤال الأول



● اختر الإجابة الصحيحة:

١ قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التى قياسها ١٠٠° يساوى .... °

(ا) ٨٠ (ب) ٩٠ (جـ) ٢٠٠ (د) ٢٦٠

٢ فى الشكل المقابل: $\overline{ب حـ}$ قطر فى الدائرة،



فإذا كان: ق($\overset{\frown}{ا ب}$) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{ا حـ}$)

، فإن: ق(∠ ا ب حـ) = ...



(ا) ٦٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٩٠° (د) ٤٥°

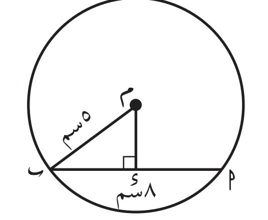
٣ فى المثلث س ص ع إذا كان (س ص)^{٢} – (ص ع)^{٢} > (س ع)^{٢} فإن ∠ (ص) تكون ....

(ا) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

٤ إذا كان ص ∈ $\overline{س ع}$ وكان س ص = ٢ ص ع فإن مساحة المربع المرسوم على س ص = ... مساحة المربع المرسوم على $\overline{س ع}$.

(ا) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

٥ فى الشكل المقابل:



طول $\overline{م ء}$ = ... سم.

(ا) ٤ (ب) ٥

(جـ) ٣ (د) ٦

٦ فى الشكل المقابل:

ق($\overset{\frown}{ا حـ}$) = ٥٠°، ق($\overset{\frown}{ب ء}$) = ١١٠°

فإن: ق (∠ هـ) = ... °



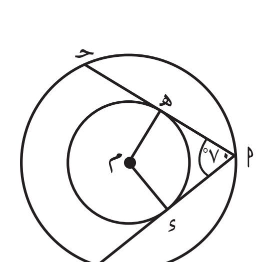
(ا) ٦٠ (ب) ٥٠

(جـ) ٤٠ (د) ٣٠



السؤال الثانى

١ فى الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز م

$\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى، ق (∠ ا) = ٧٠°

(ا) أوجد: ق(∠ ء م هـ)

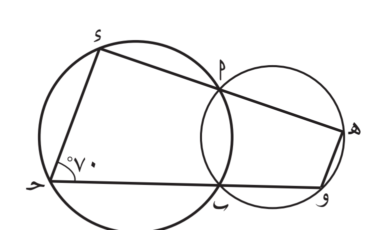
(ب) أثبت أن: ا ب = ا حـ

❷ في الشكل المقابل:

دائرتان متقاطعتان في ٲ ، ب ، ق(∠ ح) = ٧٠°

(ا) أوجد: ق(∠ و)

(ب) أثبت أن: $\overline{حء}$ // $\overline{هو}$



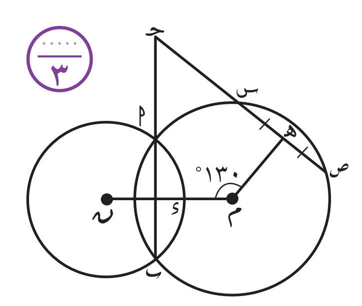
السؤال الثالث

❶ في الشكل المقابل:

إذا كانت: هـ منتصف $\overline{سص}$ ،

ق(∠ هـ م ن) = ١٣٠°

فأوجد: ق(∠ ح)

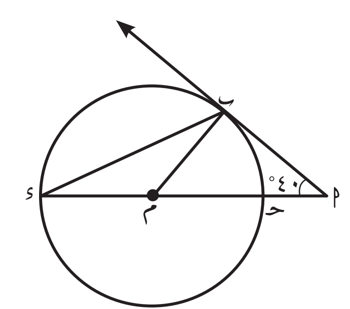


❷ في الشكل المقابل:

$\overleftarrow{ٲب}$ مماس للدائرة م

، ق(∠ ٲ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان: ق(∠ ب ء ح)





السؤال الرابع

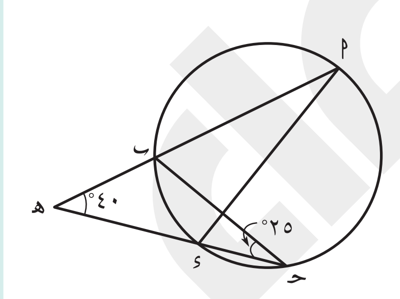
❶ في الشكل المقابل:

$\overleftarrow{ٲب} \cap \overleftarrow{حء} = \{هـ\}$

فإذا كان: ق(∠ ح) = ٢٥°

، ق(∠ هـ) = ٤٠°

فأوجد: ق(∠ ٲ ء ح)

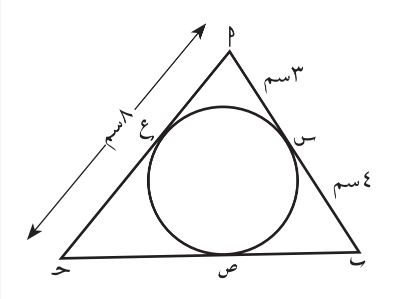


❷ في الشكل المقابل:

دائرة داخل المثلث ٲ ب ح تمس أضلاعه في س ، ص ، ع

فإذا كان: ٲ س = ٣سم ، س ب = ٤سم ، ٲ ح = ٨سم

فأوجد: طول $\overline{بح}$





السؤال الخامس

١ في الشكل المقابل:

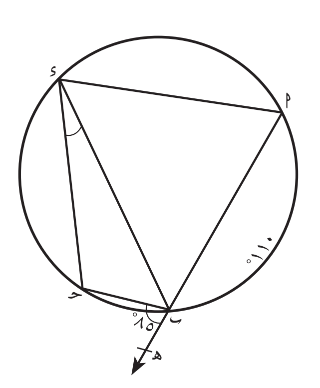
ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠°

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق(∠ أ هـ ء) = ٤٨°

(أ) أثبت أن: الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري.

(ب) أوجد: ق(∠ أ ب ء)

٢ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة،

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ١١٠°

، ق(∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد مع البرهان: ق(∠ ب ء حـ)



نمـــوذج (٤)

السؤال الأول

- **اختر الإجابة الصحيحة:**

١ إذا كان قياس زاوية مماسية ٤٠° فإن قياس القوس المحصور بين ضلعيها = ... °

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٢٨٠ (د) ٣٢٠

٢ قياس زاوية رأس السداسى المنتظم يساوى .... °

(أ) ٦٠ (ب) ١٠٨ (جـ) ١٢٠ (د) ١٣٥

٣ فى الشكل المقابل:


إذا كان: م س > م ص

فإن: حـ ء .... أ ب

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٤ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) متساويتان فى القياس (ب) متكاملتان

(جـ) متتامتان (د) متبادلتان

٥ إذا كان الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل فإن ق(∠ ب) = ق(∠ ....).

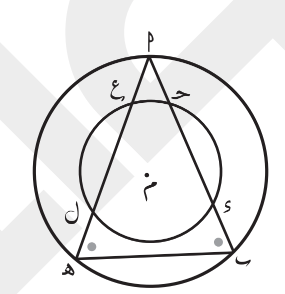
(أ) س (ب) ص (جـ) ع (د) ل

٦ عدد محاور التماثل فى المربع يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

السؤال الثانى

١ فى الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز م

، ق(∠ أ ب هـ) = ق(∠ أ هـ ب)

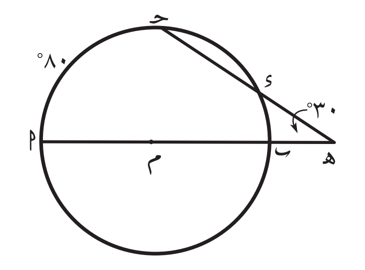
أثبت أن: حـ ء = ع ل

٢ فى الشكل المقابل:

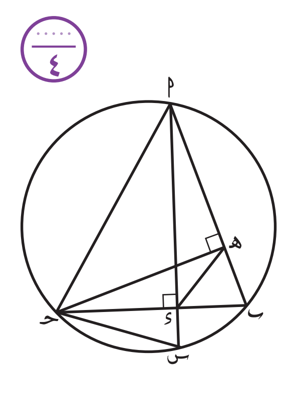

أ ب قطر فى الدائرة م ، $\overleftarrow{أ ب} \cap \overleftarrow{حـ ء}$ = {هـ}

، ق(∠ هـ) = ٣٠° ، ق(⌒أ حـ) = ٨٠°

أوجد: ق(⌒حـ ء)



السؤال الثالث

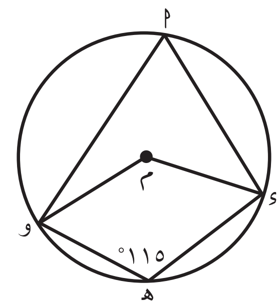


١ فى الشكل المقابل:

$\overline{حـ هـ} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ ويقطع الدائرة فى س

أثبت أن: (ا) الشكل أ هـ ء حـ رباعى دائرى.

(ب) $\overleftarrow{حـ ب}$ ينصف ∠ هـ حـ س

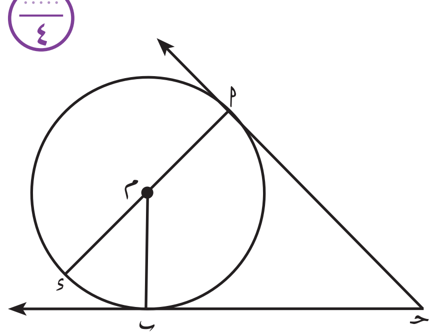


٢ فى الشكل المقابل:

إذا كان: ق(∠ ء هـ و) = ١١٥°

فأوجد: ق(∠ ء م و)

السؤال الرابع

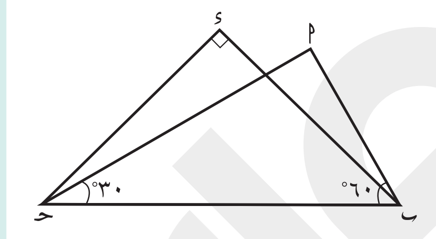


١ فى الشكل المقابل:

$\overline{أ ء}$ قطر فى دائرة مركزها م

$\overleftarrow{حـ أ}$ ، $\overleftarrow{حـ ب}$ مماسان للدائرة عند النقطتين أ ، ب على الترتيب.

أثبت أن: ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ حـ ب)



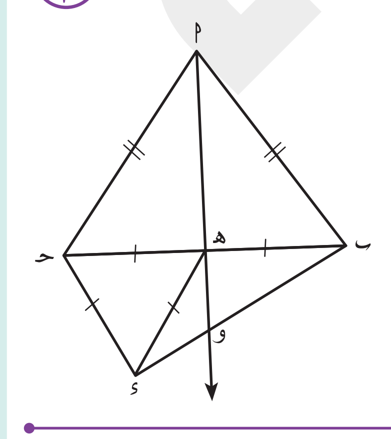
٢ فى الشكل المقابل:

ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠° ، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°

ق(∠ أ ب حـ) = ٦٠°

أثبت أن: النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

السؤال الخامس



١ أكمل: قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى .... °

٢ فى الشكل المقابل: أ ب حـ ، ء حـ هـ مثلثان متساويا الأضلاع ،

هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، $\overleftarrow{أ هـ} \cap \overleftarrow{ب ء} = \{و\}$

(ا) أثبت أن: $\overline{أ حـ}$ مماسة للدائرة المارة برءوس Δ حـ هـ ء

(ب) أثبت أن: الشكل حـ ء و هـ رباعى دائرى.

(جـ) عين مركز الدائرة المارة برءوس الشكل حـ ء و هـ



نمـــوذج (٥)



السؤال الأول

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ المماس لدائرة طول قطرها ٦ سم يكون على بعد .... سم من مركزها.

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ فى الشكل المقابل:



مَ أ ، مَ ب نصفا قطرين متعامدان فى الدائرة م التى طول نصف قطرها = ٧سم، ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

فإن محيط الشكل المظلل = ... سم.

(أ) ١٤ (ب) ٢١ (جـ) ٣٨,٥ (د) ٢٥

٣ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة ....

(أ) متوازيان (ب) متساويان فى الطول (جـ) منطبقان (د) متقاطعان

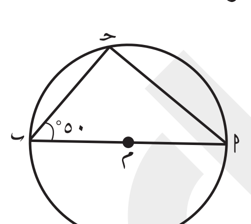
٤ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٨سم ، ١٠سم تساوى .... سم².

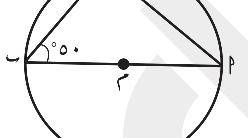
(أ) ٢ (ب) ١٨ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

٥ إذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ١٦ π سم²، أ نقطة فى مستواها حيث م أ = ٨سم فإن النقطة أ تقع ....

(أ) خارج الدائرة (ب) داخل الدائرة (جـ) على الدائرة (د) على مركز الدائرة

٦ فى الشكل المقابل:





أ ب قطر فى الدائرة م ، ق(∠ أ ب حـ) = ٥٠°

فإن: ق(⌒ب حـ) = ...



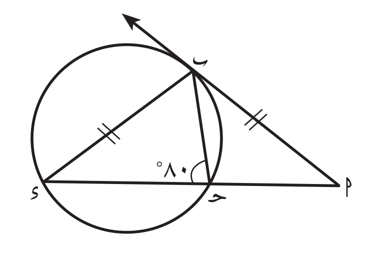
(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°





السؤال الثانى

١ فى الشكل المقابل:



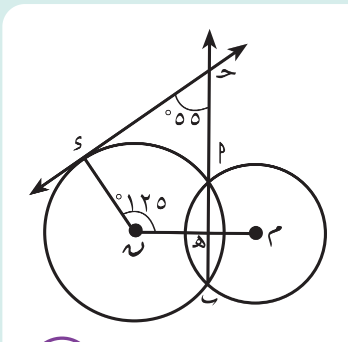
أ ب مماس للدائرة عند ب ، أ ب = ب ء

، ق(∠ ب حـ ء) = ٨٠°

أوجد بالبرهان: ق(∠ ب أ حـ)



٢ فى الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، حـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$

، ء ∈ الدائرة ن ، ق(∠ م ن ء) = ١٢٥° ، ق(∠ ب حـ ء) = ٥٥°

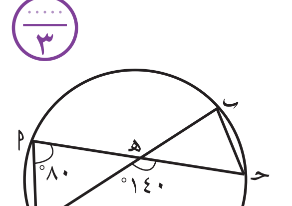
أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة ن عند ء

السؤال الثالث

$\frac{\cdots}{٣}$



١ فى الشكل المقابل:

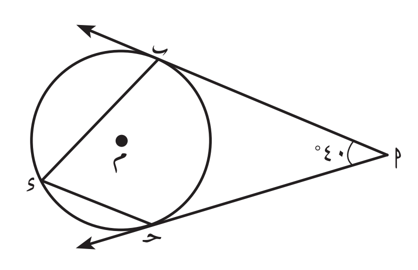


ق(∠ حـ هـ ء) = ١٤٠° ، ق(∠ أ) = ٨٠°

أوجد: ق(∠ حـ)



٢ فى الشكل المقابل:



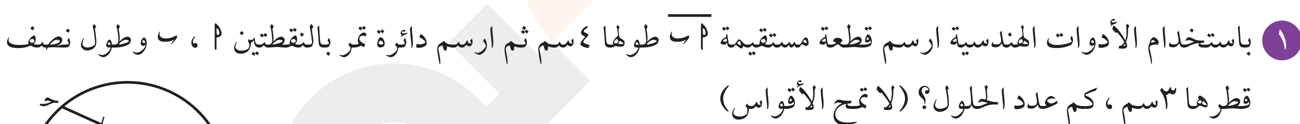
$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

ق(∠ أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان: ق(∠ ء)

السؤال الرابع

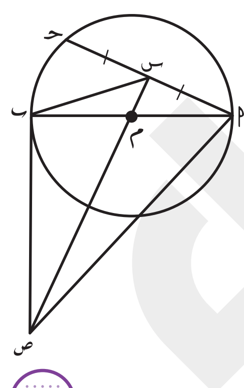
$\frac{\cdots}{٤}$



١ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم قطعة مستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ طولها ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم ، كم عدد الحلول؟ (لا تمح الأقواس)



٢ فى الشكل المقابل:



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، س منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

، $\overleftarrow{\text{س م}}$ يقطع مماس الدائرة عند ب فى ص

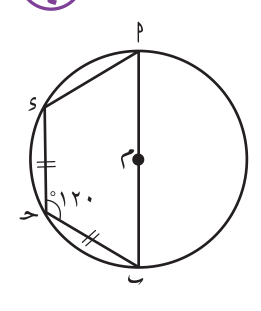
أثبت أن: الشكل أ س ب ص رباعى دائرى.

السؤال الخامس

$\frac{\cdots}{٤}$



١ فى الشكل المقابل:

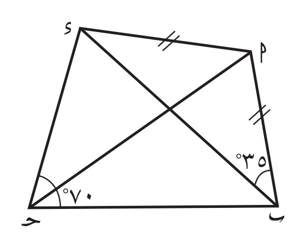


أ ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

، م ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، حـ ب = حـ ء ، ق(∠ ب حـ ء) = ١٢٠°

أوجد موضحًا كافة خطوات الحل: (أ) ق(∠ أ) (ب) ق(∠ ء)

٢ فى الشكل المقابل:



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه: أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٥° ، ق (∠ ب جـ ء) = ٧٠°

أثبت أن: **(ا)** الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى.

(ب) $\overrightarrow{\text{جـ أ}}$ ينصف ∠ ب جـ ء

أولًا: الجبر

إجابة نموذج (١)

السؤال الأول

• اختر الإجابة الصحيحة:

١) ١ ٢) ح − {٠ ، ٢} ٣) $\frac{١}{٣}$

٤) {٢ ، −٢} ٥) {(٠ ، ٠)} ٦) ١٢

السؤال الثانى

١) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س}-٣)(\text{س}-٣)} + \frac{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٩}{(\text{س}-٣)(\text{س}^٢+٣\text{س}+٩)}$

مجال ن (س) = ح − {٣}

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{(\text{س}-٣)} + \frac{١}{(\text{س}-٣)} = \frac{٢}{(\text{س}-٣)}$

٢) $\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٢ = ٠$

أ = ١ ، ب = −٣ ، جـ = −٢

$\therefore \text{س} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٤(١)(-٢)}}{٢} = \frac{٣ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$ ∴ م.ح = $\left\{\frac{٣ + \sqrt{١٧}}{٢} ، \frac{٣ - \sqrt{١٧}}{٢}\right\}$

السؤال الثالث

١) $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س}-١)}{\text{س}^٢(\text{س}-٢)}$ ، مجال $\text{ن}_١$ = ح − {٠ ، ٢} $\text{ن}_١(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)}{\text{س}(\text{س}-٢)}$

$\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{(\text{س}-٢)(\text{س}-١)}{\text{س}(\text{س}-٢)^٢}$ مجال $\text{ن}_٢$ = ح − {٠ ، ٢} $\text{ن}_٢(\text{س}) = \frac{\text{س}-١}{\text{س}(\text{س}-٢)}$

∴ مجال $\text{ن}_١$ = مجال $\text{ن}_٢$

، $\text{ن}_١(\text{س}) = \text{ن}_٢(\text{س})$ ∴ $\text{ن}_١ = \text{ن}_٢$

٢) س = ص + ٤ (١)

∴ $(\text{ص} + ٤)^٢ - ٣\text{ص}^٢ = ٢٢$ $\text{ص}^٢ + ٨\text{ص} + ١٦ - ٣\text{ص}^٢ - ٢٢ =$ صفر

$-٢\text{ص}^٢ + ٨\text{ص} - ٦ = ٠$ بقسمة المعادلة على [(−٢)] ∴ $\text{ص}^٢ - ٤\text{ص} + ٣ = ٠$

(ص − ٣) (ص − ١) = ٠ ص − ٣ = ٠ أو ص − ١ = ٠

ص = ٣ أو ص = ١

بالتعويض فى (١): س = ٣ + ٤ أو س = ١ + ٤

س = ٧ أو س = ٥ ∴ م.ح = {(٧ ، ٣) ، (٥ ، ١)}

السؤال الرابع

١ ن (س) = $\frac{\text{(٢س+٣) (س−٢)}}{\text{س (س−٣)}} \times \frac{\text{س (٢س−٣)}}{\text{(٢س−٣) (٢س+٣)}}$

، مجال ن (س) = ع − {٠ ، ٣ ، $\frac{٣}{٢}$ ، −$\frac{٣}{٢}$}

، ن (س) = $\frac{\text{س−٢}}{\text{س−٣}}$

٢ س − ٣ ص = ٥ ⓵ (بالضرب × ٣)

٣س + ٢ ص = ٤ ⓶ (بالضرب × −١)

٣س − ٩ ص = ١٥

− ٣س − ٢ ص = −٤

بالجمع

−١١ ص = ١١

∴ ص = −١

بالتعويض فى ⓶ ∴ ٣س − ٢ = ٤

∴ ٣س = ٦ ∴ س = ٢ ∴ م.ح = {(٢ ، −١)}

السؤال الخامس

١ (أ) ل(أ ∩ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل(أ ∪ ب)

= $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

(ب) ل(ب − أ) = ل (ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

(جـ) ل(أ ∩ ب)َ = ١ − ل(أ ∩ ب)

= ١ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

٢ ن (س) = $\frac{\text{(س+٣) (س−١)}}{\text{(س+٣)}} \times \frac{\text{(س+١)}}{\text{(س−١) (س+١)}}$

مجال ن = ع − {−٣ ، ١ ، −١}

∴ ن (س) = ١

إجابة نموذج (٢)

السؤال الأول

❶ ٢ ❷ −٤ ❸ $\frac{٣}{٤}$

❹ −١ ❺ ل (أ) ❻ {−٣}

السؤال الثانى

❶ $ن(س) = \frac{س - ٣}{(س-٣)(س-٤)} + \frac{س - ٣}{س-٣}$

مجال ن = ع − {٣ ، ٤}

∴ $ن(س) = \frac{١}{س-٤} + ١ = \frac{(س-٣)}{(س-٤)}$

❷ ص = ٥ − س ①

∴ $س^٢ + س(٥-س) = ١٥$

∴ $س^٢ + ٥س - س^٢ = ١٥$

∴ ٥س = ١٥ ∴ س = ٣

بالتعويض فى ① ∴ ص = ٢

∴ م.ح = {(٣ ، ٢)}

السؤال الثالث

❶ $(س - ٢)(س + ٤) + ٣ = ٠$ ∴ $س^٢ + ٢س - ٨ + ٣ = ٠$

∴ $س^٢ + ٢س - ٥ = ٠$ ∴ أ = ١ ، ب = ٢ ، حـ = −٥

∴ $س = \frac{-٢ \pm \sqrt{٤ + ٢٠}}{٢} = \frac{-٢ \pm \sqrt{٢٤}}{٢}$

∴ $س = \frac{-٢ \pm ٢\sqrt{٦}}{٢}$

$= -١ \pm \sqrt{٦}$ ∴ س ≃ ١,٤٥ أو س ≃ −٣,٤٥

∴ م.ح = {١,٤٥ ، −٣,٤٥}

❷ $ن(س) = \frac{(س-٢)(س^٢+٢س+٤)}{(س-٥)(س+٣)} \times \frac{(س-٥)}{(س^٢+٢س+٤)}$

مجال ن = ع − {٥ ، −٣} ∴ $ن(س) = \frac{س-٢}{س+٣}$

السؤال الرابع

١ (أ) ∵ $ن(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٢)}$ ∴ $ن^{-١}(س) = \frac{(س-٢)}{س(س-٢)}$

مجال $ن^{-١}$ = ح − {٠ ، ٢} ∴ $ن^{-١}(س) = \frac{١}{س}$

(ب) ∴ $ن^{-١}(س) = \frac{١}{٣}$ ∴ س = ٣

٢ ∵ س = ٢ص + ١ ①

∴ ٥ص (٢ص + ١) − $(٢ص + ١)^٢$ = ٤

∴ ١٠$ص^٢$ + ٥ص − ٤$ص^٢$ − ٤ص − ١ = ٤

٦$ص^٢$ + ص − ٥ = ٠

∴ (٦ص − ٥) (ص + ١) = ٠

∴ ص = $\frac{٥}{٦}$ أو ص = −١

بالتعويض فى ①

عندما ص = $\frac{٥}{٦}$ ∴ س = $\frac{١٠}{٦}$ + ١ = $\frac{١٦}{٦}$ = $\frac{٨}{٣}$

عندما ص = −١ ∴ س = −٢ + ١ = −١

∴ م.ح = {($\frac{٨}{٣}$ ، $\frac{٥}{٦}$) ، (−١ ، −١)}

السؤال الخامس

١ $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢(س+٢)}$ ، مجال $ن_١$ = ح − {−٢} ، $ن_١(س) = \frac{س}{س+٢}$

$ن_٢(س) = \frac{س(س+٢)}{(س+٢)^٢}$ ، مجال $ن_٢$ = ح − {−٢} ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س+٢}$

∵ مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ ، $ن_١(س) = ن_٢(س)$ ∴ $ن_١ = ن_٢$

٢ ∵ ٢ ل(ب) = ل($\bar{ب}$) ∴ ٢ ل(ب) = ١ − ل(ب)

∴ ٣ل(ب) = ١ ∴ ل(ب) = $\frac{١}{٣}$

(أ) ∵ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ ∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

(ب) ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل(أ ∩ ب) = ٠

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

∴ ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

إجابة نمـــوذج (٣)

السؤال الأول

١ صفر   ٢ س = ٠   ٣ ٥

٤ ع − {٢}   ٥ {−٣}   ٦ $\frac{٣}{٤}$

السؤال الثانى

١ ٢س − ص = ٣ ① × ٢

س + ٢ ص = ٤ ②

٤س − ٢ ص = ٦

س + ٢ ص = ٤ بالجمع

٥س = ١٠

∴ س = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢

بالتعويض فى ②

∴ ٢ + ٢ ص = ٤   ∴ ٢ ص = ٢

∴ ص = ١   ∴ م.ح = {(٢ ، ١)}

٢ ن (س) = $\frac{(\text{س} - ٥)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)} \times \frac{(\text{س} - ٣)^٢}{٢(\text{س} - ٥)}$

∴ مجال ن = ع − {٣ ، −٣ ، ٥}

∴ ن (س) = $\frac{(\text{س} - ٣)}{٢}$

السؤال الثالث

١ س^٢ − ٢ س − ١ = ٠

أ = ١ ، ب = −٢ ، حـ = −١

∴ س = $\frac{٢ \pm \sqrt{٤ + ٤}}{٢} = \frac{٢ \pm ٢\sqrt{٢}}{٢}$

∴ س = ١ ± $\sqrt{٢}$ ∴ س ≃ ٢,٤١٤   أو   س ≃ −٠,٤١٤

∴ م.ح = {٢,٤١٤ ، −٠,٤١٤}

٢ ن (س) = $\frac{(\text{س}+٢)(\text{س}+٣)}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٣)} + \frac{-٢(\text{س}-٥)}{(\text{س}-٣)(\text{س}-٥)}$

∴ مجال ن = ع − {٣ ، −٣ ، ٥}   ∴ ن (س) = $\frac{\text{س}+٢}{\text{س} - ٣} - \frac{٢}{\text{س} - ٣} = \frac{\text{س}}{\text{س} - ٣}$

السؤال الرابع

١ $س = ٢ص + ١$ ⓵

∴ $(٢ص + ١)^{٢} - ٣ص\,(٢ص + ١) + ٨ص^{٢} - ٨ = ٠$

$٤ص^{٢} + ٤ص + ١ - ٦ص^{٢} - ٣ص + ٨ص^{٢} - ٨ = ٠$

$٦ص^{٢} + ص - ٧ = ٠$ ∵ $(٦ص + ٧)(ص - ١) = ٠$

∴ $ص = -\frac{٧}{٦}$ ، $ص = ١$

بالتعويض فى ⓵ | بالتعويض فى ⓵

∴ $س = \frac{-٧}{٣} + ١$ | ∴ $س = ٢ + ١$

$س = \frac{-٤}{٣}$ | ∴ $س = ٣$

∴ م.ح = $\{(\frac{-٤}{٣} ، \frac{-٧}{٦}) ، (٣ ، ١)\}$

٢ $ن_{١}(س) = \frac{(س+٣)(س+١)}{(س+٣)(س-٢)}$

∴ مجال $ن_{١}$ = ح − $\{٢ ، -٣\}$ ، $ن_{١}(س) = \frac{س+١}{س-٢}$

$ن_{٢}(س) = \frac{(س-٧)(س+١)}{(س-٧)(س-٢)}$

∴ مجال $ن_{٢}$ = ح − $\{٧ ، ٢\}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س+١}{س-٢}$

∴ $ن_{١} \neq ن_{٢}$ لأن مجال $ن_{١} \neq$ مجال $ن_{٢}$

السؤال الخامس

١ ∵ ل $(أ - ب)$ = ل $(أ)$ − ل $(أ \cap ب)$

∴ ل $(أ \cup ب)$ = ل $(أ)$ + ل $(ب)$ − ل $(أ \cap ب)$ = ل $(أ - ب)$ + ل $(أ)$

∴ ل $(أ \cup ب) = ٠,٣ + ٠,٦ = ٠,٩$

٢ $ن(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س+١)}$

مجال $ن^{-١}$ = ح − $\{٠ ، ٢ ، -١\}$ ، $ن^{-١}(س) = \frac{س+١}{س}$

∴ $ن^{-١}(٣) = \frac{٣+١}{٣} = \frac{٤}{٣}$

إجابة نموذج (٤)

السؤال الأول

١) ٤ ٢) $\{-١\}$ ٣) ٦٠

٤) ٢٢ ٥) ع $-$ $\{٠ ، ١ ، -١\}$ ٦) ٠,٣

السؤال الثانى

١) $ن(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س-١)}$

(أ) ∴ $ن^{-١}(س) = \frac{س-١}{س}$ ، مجال $ن^{-١}$ = ع $-$ $\{٠ ، ٢ ، ١\}$

(ب) ∴ $ن^{-١}(س) = ٣$

∴ $\frac{س-١}{س} = ٣$ ∴ $٢س = -١$ ∴ $س = -\frac{١}{٢}$

٢) ∵ $س = ٤ + ٣ص$ (١)

∴ $٣ص(٤ + ٣ص) - ص^٢ = ٢٠$ ∴ $١٢ص + ٩ص^٢ - ص^٢ - ٢٠ = ٠$

∴ $٨ص^٢ + ١٢ص - ٢٠ = ٠$ (بالقسمة على ٤)

∴ $٢ص^٢ + ٣ص - ٥ = ٠$ ⟸ $(٢ص + ٥)(ص - ١) = ٠$

∴ $ص = -\frac{٥}{٢}$ أو $ص = ١$

من (١): ∴ $س = ٤ - \frac{١٥}{٢}$ ∴ $س = -\frac{٧}{٢}$

من (١): ∴ $س = ٤ + ٣$ ، $س = ٧$

م.ح = $\{(-\frac{٧}{٢} ، -\frac{٥}{٢}) ، (٧ ، ١)\}$

السؤال الثالث

١) $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢(س+٤)}$ ، مجال $ن_١$ = ع $-$ $\{-٤\}$

∴ $ن_١(س) = \frac{س}{س+٤}$ (١)

$ن_٢(س) = \frac{س(س+٤)}{(س+٤)^٢}$ ، مجال $ن_٢$ = ع $-$ $\{-٤\}$

$ن_٢(س) = \frac{س}{س+٤}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن: مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

، $ن_١(س) = ن_٢(س)$ ∴ $ن_١ = ن_٢$

٢ أ = ١ ، ب = −٧ ، جـ = ١١

$\therefore$ س = $\frac{٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٤٤}}{٢} = \frac{٧ \pm \sqrt{٥}}{٢}$

$\therefore$ م.ح = $\left\{ \frac{٧ + \sqrt{٥}}{٢} ، \frac{٧ - \sqrt{٥}}{٢} \right\}$

السؤال الرابع

١ ن(س) = $\frac{(س-١)(س^٢+س+١)}{س(س-١)} \times \frac{(س+٣)}{(س^٢+س+١)}$

مجال ن(س) = ح − {٠ ، ١}

$\therefore$ ن(س) = $\frac{س+٣}{س}$

٢ $\because$ ص = ٣س − ١ (١) ، س − ص + ١ = ٠

$\therefore$ س − ٣س + ١ + ١ = ٠

−٢س = −٢ $\therefore$ س = ١

بالتعويض فى (١)

$\therefore$ ص = ٣ − ١ = ٢

$\therefore$ م.ح = {(١ ، ٢)}

السؤال الخامس

١ (أ) أ ، ب حدثان متنافيان $\therefore$ ل(أ $\cap$ ب) = ٠

$\therefore$ ل(أ $\cup$ ب) = ل(أ) + ل(ب)

$\therefore$ $\frac{٧}{١٢} = \frac{١}{٣}$ + ل(ب)

$\therefore$ ل(ب) = $\frac{٧}{١٢} - \frac{١}{٣} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

(ب) $\because$ أ $\subset$ ب $\therefore$ أ $\cup$ ب = ب

$\therefore$ ل(أ $\cup$ ب) = ل(ب) = $\frac{٧}{١٢}$

٢ ن(س) = $\frac{(س-٣)}{(س-٣)(س-٤)} - \frac{٤}{س(س-٤)}$

$\therefore$ مجال ن = ح − {٣ ، ٤ ، ٠}

$\therefore$ ن(س) = $\frac{١}{س-٤} - \frac{٤}{س(س-٤)}$

= $\frac{(س-٤)}{س(س-٤)} = \frac{١}{س}$

$\therefore$ ن(٤) غير معرف لأن ٤ $\notin$ مجال ن

إجابة نمـــوذج (٥)

السؤال الأول

(١) ٤٥ (٢) ع − {٣} (٣) ٤ ,٠

(٤) ٢ س − ١ (٥) ١٢ (٦) −١٢

السؤال الثانى

(١) س + $\frac{٤}{س}$ = ٦ بضرب المعادلة × س

∴ س^{٢} + ٤ = ٦ س

∴ س^{٢} − ٦ س + ٤ = ٠

أ = ١ ، ب = −٦ ، حـ = ٤

∴ س = $\frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ١٦}}{٢}$ = $\frac{٦ \pm \sqrt{٢٠}}{٢}$

∴ س = ٣ ± $\sqrt{٥}$

∴ م.ح = {٣ + $\sqrt{٥}$ ، ٣ − $\sqrt{٥}$}

(٢) ن (س) = $\frac{(س^{٢}+٢س+٤)}{(س+٣)}$ × $\frac{(س+٣)(س-٢)}{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}$

∴ مجال ن = ع − {−٣ ، ٢} ∴ ن (س) = ١

السؤال الثالث

(١) ٢ س + ص = ١ ← (١) (بالضرب × −٢)

س + ٢ ص = ٥ ← (٢)

− ٤ س − ٢ ص = −٢

س + ٢ ص = ٥

بالجمع

∴ − ٣ س = ٣ ∴ س = −١

بالتعويض فى (١)

∴ −٢ + ص = ١

∴ ص = ١ + ٢ = ٣

∴ م.ح = {(−١ ، ٣)}

② $د(س) = \frac{س(س+١)}{(س-١)(س+١)} + \frac{(س-٥)}{(س-٥)(س-١)}$

مجال د = ع − {١ ، −١ ، ٥} ∴ $د(س) = \frac{(س+١)}{(س-١)}$

السؤال الرابع

① $د(س) = \frac{٣(٣س+١)}{(٥س-١)(٢س-٣)} \times \frac{(٢س-٣)}{(٣س+١)}$

∴ مجال د = ع − $\{\frac{١}{٥}، \frac{٣}{٢}، -\frac{١}{٣}\}$ ، $د(س) = \frac{٣}{٥س-١}$

② ∵ ل(أ) = ل(أَ) ∴ ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

(أ) ∵ ل(ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل(أ) ∴ ل(ب) = $\frac{٥}{١٦}$

(ب) ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢} + \frac{٥}{١٦} - \frac{١}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

السؤال الخامس

① ص = س − ٢ ①

∴ $س^٢ + (س-٢)^٢ = ٢٠$

$س^٢ + س^٢ - ٤س + ٤ - ٢٠ = ٠$

∴ $٢س^٢ - ٤س - ١٦ = ٠$ (بالقسمة على ٢)

∴ $س^٢ - ٢س - ٨ = ٠$

(س − ٤)(س + ٢) = ٠

∴ س = ٤ أو س = −٢

بالتعويض فى ①

∴ ص = ٤ − ٢ = ٢ | ص = −٢ − ٢ = −٤

∴ م.ع = {(٤ ، ٢) ، (−٢ ، −٤)}

② $د(س) = \frac{س(س-٣)}{(س-٣)(س-٢)}$

$د^{-١}(س) = \frac{(س-٣)(س-٢)}{س(س-٣)}$ ∴ مجال $د^{-١}$ = ع − {٠ ، ٣ ، ٢}

(أ) $د^{-١}(س) = \frac{س-٢}{س}$

(ب) إذا كان $د^{-١}(س) = ٢$

∴ $\frac{س-٢}{س} = ٢$ ∴ ٢س = س − ٢

∴ س = −٢

ثانيًا: الهندسة

إجابة نموذج (١)

السؤال الأول

(١) ١٢٠ (٢) (−٥ ، ٢) (٣) ١٤ (٤) قطرًا (٥) ٦٠ (٦) ٤

السؤال الثانى

(١) يكون الشكل الرباعى دائريًا (أ) إذا وجدت فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان.
(ب) إذا وجدت فيه زاويتان متساويتان فى القياس مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها.
(جـ) إذا وجدت زاوية خارجة عن الشكل الرباعى قياسها يساوى قياس الزاوية المقابلة للمجاورة لها.

(٢) ∵ Δ أ ب ء فيه أ ب = أ ء

∴ ق(∠أ ب ء) = ق(∠أ ء ب) = ٣٠° ∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∴ ق(∠أ) + ق(∠حـ) = ١٢٠° + ٦٠° = ١٨٠° (زاويتان متقابلتان متكاملتان).

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى.

السؤال الثالث

(١) ∵ و ب قطعة مماسة للدائرة عند ب ، أ ب قطر فيها ∴ ق(∠ب) = ٩٠° ⟵ (١)

، ∵ ء منتصف الوتر أ حـ فى الدائرة م

∴ م ء ⊥ أ حـ أى أن: ق(∠م ء حـ) = ٩٠° ⟵ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن: الشكل ء و ب م رباعى دائرى. (المطلوب (أ))

، ∵ ∠ب م هـ خارجة عن الشكل ء و ب م

∴ ق(∠ب م هـ) = ق(∠أ و ب) ⟵ (٣)

∵ ∠ب م هـ مركزية، ∠ب أ هـ محيطية مشتركتان فى ⌒ب هـ

∴ ق(∠ب م هـ) = ٢ ق(∠ب أ هـ) ⟵ (٤)

∴ من (٣) ، (٤) ينتج أن: ∴ ق(∠أ و ب) = ٢ ق(∠ب أ هـ) (المطلوب (ب))

(٢) ∵ س ص // هـ و

∴ ق(⌒س هـ) = ق(⌒ص و) وبإضافة ق(⌒هـ و) إلى كل منهما ينتج أن:

ق(⌒س هـ و) = ق(⌒ص و هـ)

∴ ق(∠س ص و) = ق(∠هـ س ص) فى Δ ء س ص

∴ ق(∠س) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = $\frac{١١٠°}{٢}$ = ٥٥°

السؤال الرابع

١ ∵ ∠ ء م ب زاوية مركزية، ∠ ء حـ ب زاوية محيطية مشتركتان فى (⌒ب ء)

∴ ق(∠ ء حـ ب) = $\frac{١٣٠°}{٢}$ = ٦٥° ، ∵ $\overline{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ب}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ء حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ) = ٦٥° بالتبادل

، ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة من نقطة واحدة (أ)

∴ أ ب = أ حـ   أى أن: Δ أ ب حـ متساوى الساقين

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ) = ٦٥°   (١)

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ ء حـ ب) = ٦٥°

∴ $\overrightarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف ∠ أ حـ ء   (المطلوب (أ))

من (١) ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°   (المطلوب (ب))

٢ ∵ م س = م ص (أبعاد متساوية)

∴ أ ب = حـ ء (أوتار متساوية)

، ∵ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ أ س = ب س

∴ أ ب = ٣ × ٢ = ٦ سم   ∴ طول $\overline{\text{حـ ء}}$ = ٦ سم

السؤال الخامس

١ ∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتر فى الدائرة م

∴ ق(∠ أ حـ ء) المماسية = ق(∠ أ ب حـ) المحيطية فى الدائرة م

بالمثل ق(∠ أ ء حـ) المماسية = ق(∠ أ ب ء) المحيطية فى الدائرة ن

، ∵ ق(∠ و ب هـ) = ق(∠ أ حـ ء) + ق(∠ أ ء حـ)

∴ ∠ و ب هـ تكمل ∠ حـ أ ء فى Δ أ حـ ء

، ∵ ق(∠ حـ أ ء) = ق(∠ و أ هـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ ∠ و ب هـ تكمل ∠ و أ هـ وهما متقابلتان فى الشكل الرباعى أ و ب هـ

∴ يكون الشكل رباعيًا دائريًا.

٢ ∵ $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ يتلاقيان فى نقطة هـ خارج الدائرة م

∴ ق(∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ [ق(⌒ب ء) − ق(⌒أ حـ)]   (المطلوب (أ))

∴ ٢٠° = $\frac{١}{٢}$ [٨٠° − ق(⌒أ حـ)]

∴ ق(⌒أ حـ) = ٨٠° − ٤٠° = ٤٠°

∵ فى Δ هـ حـ م يكون: هـ حـ + حـ م > هـ م

∴ هـ حـ + ~~حـ م~~ > هـ أ + ~~أ م~~

حيث حـ م = أ م أنصاف أقطار   ∴ هـ حـ > هـ م   (المطلوب (ب))

إجابة نموذج (٢)

السؤال الأول

❶ ٣　❷ ١٢٠　❸ ٩٠　❹ حادة　❺ ٣٠　❻ ١٣٠

السؤال الثانى

❶ ∵ $\overline{ا حـ}$ قطر فى الدائرة م　∴ ق(∠ ا ب حـ) = ٩٠° (لأنها مرسومة فى نصف دائرة)

، ∵ ق(∠ ا ب ء) = ٦٠°　∴ ق(∠ حـ ب ء) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

∵ ∠ حـ ، ∠ ء محيطيتان مشتركتان فى نفس $\overset{\frown}{ا ب}$

∴ ق(∠ حـ) = ق(∠ ء) = ٥٠°

∵ مجموع قياسات زوايا Δ ا ب ء الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ ب ا ء) = ١٨٠° − (٦٠° + ٥٠°) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

❷ **العمل** : نرسم $\overline{م س}$ ، $\overline{م ص}$ ،

البرهان: ∵ $\overline{ا ب}$ مماس للدائرة ، $\overline{م س}$ نصف قطر فى الدائرة الصغرى

∴ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{ا ب}$ عند س　　بالمثل: $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{ا حـ}$ عند ص ،

∵ م س = م ص　أنصاف أقطار　∴ ا ب = ا حـ

السؤال الثالث

❶ ∵ Δ ل ص ع متساوى الأضلاع　∴ جميع قياسات زواياه متساوية وكل منها = ٦٠°

∴ ق(∠ ع) = ٦٠° ،

∵ ق(∠ س) + ق(∠ ع) = ١٢٠° + ٦٠° = ١٨٠° وهما متقابلتان ومتكاملتان

∴ الشكل س ص ع ل رباعى دائرى.

❷ ∵ $\overline{ا ء}$ ، $\overline{ا و}$ قطعتان مماستان مرسومتان من نقطة ا　∴ ا ء = ا و = ٤ سم

بالمثل: ب ء = ب هـ = ٣سم ، حـ و = حـ هـ = ٥ سم

∴ ا ب = ٧ سم، ب حـ = ٨ سم، ا حـ = ٩ سم

∴ محيط Δ ا ب حـ = ٧ + ٨ + ٩ = ٢٤ سم

السؤال الرابع

① فى الدائرة ن ∵ ∠ هـ أ ب زاوية خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء

∴ ق (∠ هـ أ ب) = ق (∠ ب حـ ء) = $75°$

فى الدائرة م: ∵ ∠ هـ م ب مركزية فى الدائرة م ، ∠ هـ أ ب محيطية مشتركتان فى (هـ ب⌒)

∴ ق (∠ هـ م ب) = ٢ ق (∠ هـ أ ب) = $150°$

② ∵ س ص⟷ // ب ء

∴ ق (ب حـ⌒) = ق (حـ ء⌒) ← ①

∴ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (ب حـ⌒) ← ②

بالمثل: ق (∠ ء أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (حـ ء⌒) ← ③

من ① ، ② ، ③ ينتج أن: ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ء أ حـ)

∴ أ حـ⟵ ينصف ∠ ب أ ء (وهو المطلوب)

السؤال الخامس

① ∵ ∠ حـ أ هـ ، ∠ حـ ب هـ محيطيتان مشتركتان فى نفس هـ حـ⌒

∴ ق (∠ حـ أ هـ) = ق (∠ حـ ب هـ) ← ①

بالمثل: ق (∠ و أ ء) = ق (∠ و ب ء) ← ②

، ∵ ق (∠ حـ أ هـ) = ق (∠ و أ ء) (بالتقابل بالرأس) ← ③

∴ من ① ، ② ، ③ ينتج أن: ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ و ب ء) (وهو المطلوب)

② ∵ فى Δ أ ب هـ فيه أ ب = أ هـ

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ب) ← ①

، ∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء) ← ②

∴ من ① ، ② ينتج أن: ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ ء)

∴ الشكل أ هـ حـ ء شكل رباعى دائرى (وهو المطلوب (أ))

∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ∴ أ ء // ب حـ ، أ هـ قاطع لهما

∴ ق (∠ ء أ هـ) = ق (∠ أ هـ ب) بالتبادل من ①

∴ ق (∠ ء أ هـ) = ق (∠ ب)

∴ أ ء⟵ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب هـ (وهو المطلوب (ب))

إجابة نموذج (٣)

السؤال الأول

١ ٢٦٠ ٢ ٦٠° ٣ حادة ٤ $\frac{٤}{٩}$ ٥ ٣ ٦ ٣٠

السؤال الثانى

١ ∵ ‾أ حـ قطعة مماسية للدائرة م ، ‾م هـ نصف قطر فيها

∴ ق(∠ م هـ أ) = ٩٠° وبالمثل ق(∠ م ء أ) = ٩٠°

، ∵ الشكل الرباعى أ هـ م ء فيه ق(∠ هـ) + ق(∠ ء) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل رباعى دائرى ∴ ق(∠ ء م هـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° (وهو المطلوب (١))

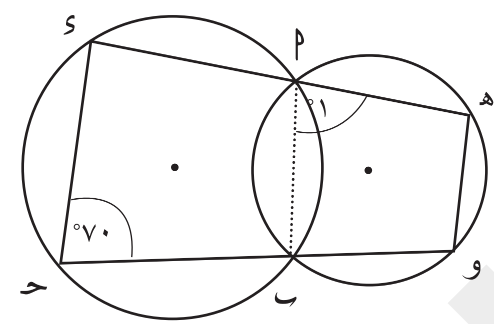
، ∵ فى الدائرة الكبرى: الوتران ‾أ ب ، ‾أ حـ على أبعاد متساوية من المركز م

حيث هـ م = ء م (أنصاف أقطار فى الدائرة الصغرى)

∴ أ ب = أ حـ (وهو المطلوب (ب))

٢ **العمل**: نرسم ‾أ ب

البرهان:



∵ (∠ ١) خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء

∴ ق(∠ ١) = ٧٠° ،

∵ الشكل أ هـ و ب رباعى دائرى

∴ ق(∠ ١) + ق(∠ و) = ١٨٠°

∴ ق(∠ و) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° (وهو المطلوب (١))

∴ ق(∠ و) + ق(∠ حـ) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠° وهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع ‾و حـ

∴ ‾حـ ء // ‾هـ و (وهو المطلوب (ب))

السؤال الثالث

١ ∵ الدائرتين م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب

∴ ‾م ن ⊥ ‾أ ب

∴ ق(∠ أ ء م) = ٩٠° ①

، فى الدائرة م

∵ هـ منتصف ‾س ص ∴ ‾م هـ ⊥ ‾س ص ∴ ق(∠ م هـ س) = ٩٠° ②

من ① ، ②

∴ الشكل م هـ حـ ء رباعى دائرى

∴ ق(∠ حـ) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

② ∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس ، $\overline{مب}$ نصف قطر فى الدائرة م

∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

، ∵ في Δ أ ب م مجموع قياسات الزوايا الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ حـ م ب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

، ∵ ∠ حـ م ب زاوية مركزية، ∠ ب ء حـ زاوية محيطية وهما مشتركتان فى $\overset{\frown}{حـ ب}$

∴ ق(∠ ب ء حـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ حـ م ب) = ٢٥°

السؤال الرابع

① ∵ ∠ حـ ، ∠ أ محيطيتان مشتركتان فى نفس القوس $\overset{\frown}{ب ء}$

∴ ق(∠ حـ) = ق(∠ أ) = ٢٥° ،

∵ ∠ أ ء حـ زاوية خارجة عن Δ أ ء هـ

∴ ق(∠ أ ء حـ) = ق(∠ أ) + ق(∠ هـ) = ٢٥° + ٤٠° = ٦٥°

② ∵ $\overline{ب س}$ ، $\overline{ب ص}$ قطعتان مماستان للدائرة من ب ∴ ب س = ب ص = ٤ سم ⟵ ①

وبالمثل: $\overline{أ س}$ ، $\overline{أ ع}$ قطعتان مماستان للدائرة من أ ∴ أ س = أ ع = ٣ سم

كذلك حـ ص = حـ ع = ٨ − ٣ = ٥ سم ⟵ ②

إذن من ① ، ② ينتج أن: ب حـ = ب ص + حـ ص = ٤ + ٥ = ٩ سم

السؤال الخامس

① ∵ ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ ب ء حـ) وهما مرسومتان على قاعدة واحدة $\overline{ب حـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى (وهو المطلوب (أ))

، ∵ ق(∠ ب أ حـ) قائمة ∴ $\overline{ب حـ}$ قطر فى الدائرة المارة بالرءوس أ ، ب ، حـ ، ء

∵ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ∴ هـ هى مركز هذه الدائرة

∵ ∠ أ هـ ء مركزية، ∠ أ ب ء محيطية تشترك معها فى القوس $\overset{\frown}{أ ء}$

∴ ق(∠ أ ب ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ هـ ء) = ٢٤° (وهو المطلوب (ب))

② ∵ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ١١٠° ∴ ق(∠ أ ء ب) = $\frac{110°}{2}$ = ٥٥° ⟵ ①

، ∵ ∠ حـ ب هـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ ب حـ ء ∴ ق(∠ حـ ب هـ) = ق(∠ أ ء حـ) = ٨٥°

من ① ∴ ق(∠ ب ء حـ) = ٨٥° − ٥٥° = ٣٠°

إجابة نموذج (٤)

السؤال الأول

١ ٨٠   ٢ ١٢٠   ٣ $<$ ٤ متكاملتان   ٥ ص   ٦ ٤

السؤال الثانى

١ نرسم م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ هـ

∵ ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ أ هـ ب) فى Δ أ ب هـ   ∴ أ ب = أ هـ

فى الدائرة الكبرى:

∵ أ ب = أ هـ (أوتار متساوية)   ∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

فى الدائرة الصغرى:

، ∵ م س = م ص (أبعاد متساوية)   ∴ حـ ء = ع ل (أوتار متساوية)

(وهو المطلوب (ا))

٢ ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \cap \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = {هـ}

∴ ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (⌒ أ حـ) − ق (⌒ ب ء)]

∴ ٣٠° = $\frac{1}{2}$ [٨٠° − ق (⌒ ب ء)]

∴ ق (⌒ ب ء) = ٨٠° − ٦٠° = ٢٠° ،

∵ أ ب قطر   ∴ ق (⌒ أ حـ ب) = ١٨٠° قياس نصف دائرة

∴ ق (⌒ حـ ء) = ١٨٠° − (٨٠° + ٢٠°) = ٨٠°

السؤال الثالث

١ ∵ حـ هـ ⊥ أ ب   ∴ ق (∠ أ هـ حـ) = ٩٠°

∵ أ ء ⊥ ب حـ   ∴ ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ هـ حـ) = ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ حـ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ هـ ء حـ رباعى دائرى.   (وهو المطلوب (ا))

، ∵ أ هـ ء حـ شكل رباعى دائرى   ∴ ق (∠ هـ أ ء) = ق (∠ هـ حـ ب) ⟵ (١)

(لأنهما مرسومتان على قاعدة واحدة هـ ء وفى جهة واحدة منها)

، ∵ (∠ ب أ س) ، (∠ ب حـ س) محيطيتان ومشتركتان فى القوس (⌒ ب س)

∴ ق (∠ هـ أ ء) = ق (∠ ب حـ س) ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن: ق (∠ هـ حـ ب) = ق (∠ ب حـ س)

∴ $\overrightarrow{\text{حـ ب}}$ ينصف ∠ هـ حـ س   (وهو المطلوب (ب))

٢ ∵ الشكل أ ء هـ و رباعى دائرى
∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥°،
∵ ∠ ء م و مركزية ، ∠ أ محيطية وهما مشتركتان فى ⌒ء هـ و
∴ ق(∠ ء م و) = ٢ ق(∠ أ) = ٢ × ٦٥° = ١٣٠°

السؤال الرابع

١ ∵ ←حـ أ يمس الدائرة فى أ ، ‾أ ء قطر فى الدائرة م ∴ ق(∠ حـ أ م) = ٩٠°
، ∵ ←حـ ب مماس ، ‾م ب نصف قطر ∴ ق(∠ حـ ب م) = ٩٠°
، ∵ ق(∠ حـ أ م) + ق(∠ حـ ب م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠° (زوايتان متقابلتان متكاملتان)
∴ الشكل أ حـ ب م رباعى دائرى
∵ ∠ ء م ب خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى أ حـ ب م
∴ ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ حـ ب) (وهو المطلوب)
٢ ∵ Δ أ ب حـ فيه ق(∠ أ ب حـ) = ٦٠°، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°
∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٣٠°) = ٩٠°
، ∵ ق(∠ أ) = ق(∠ ء) = ٩٠° وهما مرسومتان على قاعدة واحدة ‾ب حـ وفى جهة واحدة منها
∴ الشكل أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى. ∴ النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة.

السؤال الخامس

١ ٩٠°
٢ ∵ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع ∴ ق(∠ أ حـ هـ) = ٦٠° ⟵ (١)
، ∵ Δ ء حـ هـ متساوى الأضلاع ∴ق(∠ حـ ء هـ) = ٦٠° ⟵ (٢)
من (١) ، (٢) نستنتج أن: ‾أ حـ مماس للدائرة المارة برءوس Δ حـ هـ ء (المطلوب (أ))
∵ Δ ب ء حـ فيه ‾هـ ء متوسط مرسوم من الرأس ء حيث:
هـ ء = $\frac{١}{٢}$ ب حـ
∴ ق(∠ ب ء حـ) = ٩٠° ⟵ (١) ، ∵ Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع ، هـ منتصف ‾ب حـ
∴ ‾أ هـ ⊥ ‾ب حـ أى أن: ق(∠ حـ هـ و) = ٩٠° ⟵ (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن: الشكل حـ ء و هـ به زاويتان متقابلتان متكاملتان
∴ الشكل حـ ء و هـ رباعى دائرى (المطلوب (ب))
∵ ق(∠ و ء حـ) = ٩٠°
∴ ‾و حـ قطر فى الدائرة المارة برءوس الشكل حـ ء و هـ
∴ مركز الدائرة المارة برءوس الشكل حـ ء و هـ يقع فى منتصف ‾و حـ (المطلوب (جـ))

إجابة نمــوذج (٥)

السؤال الأول

① ٣ ② ٢٥ ③ متوازيان ④ ٤٠ ⑤ خارج الدائرة ⑥ ٨٠°

السؤال الثانى

① ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس الدائرة فى ب ، $\overline{\text{ب جـ}}$ وتر فيها

∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ ء) ⟵ (١) (زاويتان مماسية ومحيطية مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)

، ∵ Δ أ ب ء فيه ب أ = ب ء

∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ ء) ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن: ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ أ ب جـ) ⟵ (٣)

∵ ∠ ب جـ ء خارجة عن Δ أ ب جـ ∴ ق(∠ ب جـ ء) = ق(∠ ب أ جـ) + ق(∠ أ ب جـ)

من (٣) ∴ ق(∠ ب أ جـ) = $\frac{٨٠°}{٢}$ = ٤٠°

② ∵ م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب حيث إن: $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ خط المركزين ، $\overline{\text{أ ب}}$ وتر مشترك بينهما

∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠ أ هـ ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

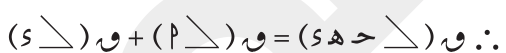
∴ ق(∠ جـ ء ن) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{ن ء}}$ نصف قطر فى الدائرة ، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ن ء}}$ ∴ $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ مماس للدائرة ن عند ء

السؤال الثالث

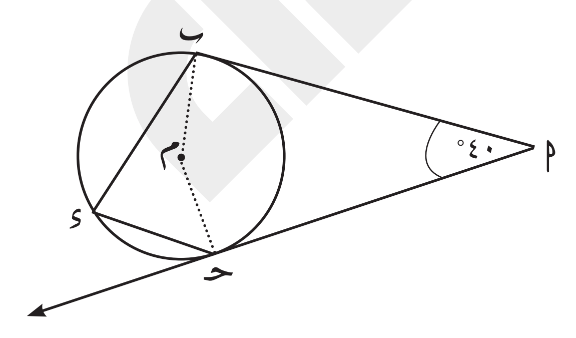


① ∵ ∠ جـ هـ ء زاوية خارجة عن Δ أ هـ ء ∴ ق(∠ جـ هـ ء) = ق(∠ أ) + ق(∠ ء)



∴ ق(∠ ء) = ١٤٠° − ٨٠° = ٦٠°

، ∵ ∠ جـ ، ∠ ء محيطيتان مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠ ء) = ق(∠ جـ) = ٦٠°



② العمل: نرسم $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$

البرهان:

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ يمس الدائرة فى ب ، $\overline{\text{م ب}}$ نصف قطر

∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

وبالمثل ق(∠ أ جـ م) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب م جـ رباعى دائرى

∴ ق(∠ ب م جـ) = ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠°

، ∵ ∠ ب م جـ مركزية، ∠ ء محيطية ولهما نفس $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$

∴ ق(∠ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ ب م جـ) = $\frac{١}{٢}$ × ١٤٠° = ٧٠°

حل آخر:

العمل: نرسم $\overline{ب حـ}$

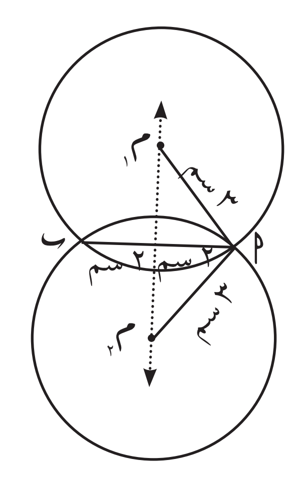
$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة

∴ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{180° - 40°}{2}$ = 70°

∴ ∠ أ ب حـ مماسية ، ∠ ء محيطية مشتركتان فى $\overset{\frown}{ب حـ}$

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ أ ب حـ) = 70°



السؤال الرابع

١ عدد الحلول دائرتان.

٢ ∵ س منتصف $\overline{أ حـ}$

∴ ق (∠ أ س ص) = 90°

، ∵ $\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة ، $\overline{ص ب}$ يمس الدائرة فى ب

∴ ق (∠ أ ب ص) = 90°

، ∵ ∠ أ س ص ، ∠ أ ب ص متساويتان فى القياس ومرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ س ب ص رباعى دائرى

السؤال الخامس

١ ∵ أ ب حـ ء رباعى دائرى ∴ ق (∠ أ) = 180° − 120° = 60° (المطلوب (أ))

∵ ق (∠ أ) = 60° ∴ ق$\overset{\frown}{(ب حـ ء)}$ = 120°

، ∵ حـ منتصف $\overset{\frown}{(ب حـ ء)}$ (لأن طول الوتر $\overline{ء حـ}$ = طول الوتر $\overline{ب حـ}$)

∴ ق$\overset{\frown}{(ب حـ)}$ = ق$\overset{\frown}{(حـ ء)}$ = 60°

∵ ق$\overset{\frown}{(أ ب حـ)}$ المقابل للزاوية المحيطية ء = ق$\overset{\frown}{(أ ب)}$ + ق$\overset{\frown}{(ب حـ)}$ = 180° + 60° = 240°

∴ ق (∠ ء) = $\frac{240°}{2}$ = 120° (المطلوب (ب))

❷ ∵ Δ ٲ ب ى فيه ٲ ب = ٲ ى ∴ ق (∠ ٲ ب ى) = ق (∠ ٲ ى ب) = ٣٥°

، ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق (∠ ب ٲ ى) = ١٨٠° − (٣٥° + ٣٥°) = ١١٠°

∵ ق (∠ ب ٲ ى) + ق (∠ ب حـ ى) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠° وهما متقابلتان ومتكاملتان

∴ الشكل ٲ ب حـ ى رباعى دائرى (المطلوب (ا))

∴ ق (∠ ٲ ب ى) = ق (∠ ى حـ ٲ) = ٣٥° (لأنهما مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها)

∴ ق (∠ ٲ حـ ب) = ٧٠° − ٣٥° = ٣٥°

∴ $\overrightarrow{\text{حـ ٲ}}$ ينصف ∠ ب حـ ى (المطلوب (ب))

نموذج الأضواء ١

أولًا : الجبر

١ اختر الإجابة الصحيحة :

(١) مجال المعكوس الضربى للدالة د : د (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....

(أ) {٣}　　(ب) ح - {-٢ ، ٣}　　(جـ) ح - {٣}　　(د) ح

(٢) عدد حلول المعادلتين : س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ معًا فى ح × ح هو ....

(أ) صفر　　(ب) ١　　(جـ) ٢　　(د) ٣

(٣) مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = -٣ س هى ....

(أ) {٠}　　(ب) {٣}　　(جـ) {-٣}　　(د) ح - {٣}

(٤) إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أَ) = ٢ ل (أ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$　　(ب) $\frac{١}{٢}$　　(جـ) $\frac{٢}{٣}$　　(د) ١

(٥) مجموعة حل المعادلتين : ص = ٢ ، س + ص = ٦ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٤ ، ٢)}　　(ب) {(٢ ، ٤)}　　(جـ) {(٢ ، ٢)}　　(د) {(٤ ، ٤)}

(٦) إذا كانت نقطة رأس منحنى الدالة د (س) = $س^٢$ - ٢س - ٣ هى (١ ، -٤) فإن معادلة محورتماثل المنحنى هى ....

(أ) س = ١　　(ب) س = -٤　　(جـ) ص = ١　　(د) ص = -٤

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا :

س + ٣ ص = ٧ ، ٥ س - ص = ٣

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س}{س - ٢} \div \frac{س + ٣}{س^٢ - س - ٢}$$

٣ (أ) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان:

ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

فأوجد: (١) ل (أ ∪ ب) (٢) ل (أ − ب) (٣) ل (بَ)

(ب) إذا كان: ن (س) = $\frac{س^٣ - ٨}{س^٢ - ٣س + ٢} \times \frac{س + ١}{س^٢ + ٢س + ٤}$

فأوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن

٤ (أ) إذا كان: $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٩}{س^٣ + ٢٧}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢}{٢س + ٦}$

فأثبت أن: $ن_١ = ن_٢$

(ب) أوجد فى $ع^٢$ مجموعة حل المعادلتين:

س − ص = ١ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة حيث:

$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} + \frac{١}{س + ٢}$

(ب) ارسم الشكل البيانى للدالة د: د(س) = $س^٢$ − ١ فى الفترة −٣ ، ٣

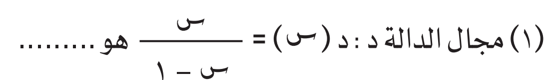
ومن الرسم أوجد: (١) مجموعة حل المعادلة: $س^٢$ − ١ = صفر

(٢) القيمة العظمى أو الصغرى للمنحنى

نموذج الأضواء ٢

أولًا : الجبر

١ اختر الإجابة الصحيحة :



(١) مجال الدالة د : د (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ١}$ هو ....

(أ) ح − {صفر} (ب) ح − {١} (جـ) ح − {صفر، ١} (د) ح − {−١}

(٢) فى المعادلة : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ إذا كان : ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ فإن عدد جذور المعادلة = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائى

(٣) مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} + ٤}$ هى ....

(أ) ح − {٢، ٢} (ب) {−٢، −١} (جـ) {٢، −١} (د) ϕ

(٤) عدد حلول المعادلتين س + ص = ١ ، ص + س = ٢ معًا هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(٥) المجال المشترك للدالتين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ حيث ن$_{١}$(س) = $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{١}{\text{س} + ١}$ هو ....

(أ) {−٢، −١، ٢} (ب) ح − {−١، ٢} (جـ) ح − {−٢، −١، ١} (د) ح

(٦) إذا كانت أ ⊃ ب فإن ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ ∩ ب)

٢ (أ) أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًّا :

٢س = ١ − ص ، س + ٢ ص = ٥

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١} \times \frac{٢\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$$

٣ (أ) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما، وكان:

ل (أ) = ٠,٨، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٦

فأوجد: (١) احتمال عدم وقوع الحدث أ (٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

(٣) احتمال وقوع الحدث ب فقط

(ب) إذا كان ن (س) = $\frac{س^٢ - ٢س}{(س - ٢)(س^٢+٢)}$ فأوجد:

(١) $ن^{-١}$(س) فى أبسط صورة وعين مجالها. (٢) قيمة س إذا كان $ن^{-١}$(س) = ٣

٤ (أ) أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث:

$ن_١(س) = \frac{س^٢+٣س+٢}{س^٢-٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢-١}{س^٢-٣س+٢}$

(ب) إذا كان: $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س+٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢+٢س}{س^٢+٤س+٤}$ فأثبت أن: $ن_١ = ن_٢$

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة حيث:

$ن(س) = \frac{س^٢+س}{س^٢-١} + \frac{س-٥}{س^٢-٦س+٥}$

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = ٠,٨ ،

ل(ب) = ٠,٧ . ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ فأوجد:

(١) ل(أ)´ (٢) ل(أ ∪ ب)

نموذج الأضواء ٣

أولًا : الجبر

١ اختر الإجابة الصحيحة :

(١) إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ١٢$ ، س − ص = ٣ فإن س + ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١٢ (د) ١٥

(٢) إذا كان ٣ أ = $\sqrt{٤}$ ب فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

(٣) إذا كان $\frac{٥}{٣}$ س = ٣٥ فإن $\frac{٢}{٣}$ س = ...

(أ) ١٤ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

(٤) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان : ل (ب) = ٠.٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧ فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٠٢ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,١٣

(٥) مجموعة حل المعادلتين س + ٢ = ٠ ، ص − ٣ = ٠ فى ح × ح هى ....

(أ) {(−٢ ، −٣)} (ب) {(−٢ ، ٣)} (جـ) {(٢ ، −٣)} (د) {(٢ ، ٣)}

(٦) إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − أ س + ٤ = ٠ هى {−٢} فإن: أ = ...

(أ) −٢ (ب) −٤ (جـ) ٢ (د) ٤

٢ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين معًا : ص − س = ٢ ، $س^٢$ + س ص − ٤ = صفر

(ب) أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٧س + ١٢} - \frac{٤}{س^٢ - ٤س}$$

٣ (أ) زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° ، أوجد قياس كل زاوية .

(ب) إذا كان : ن (س) = $\frac{س^٣ - س}{س^٢ - ٢س + ١} \times \frac{٢س - ٢}{س^٢ + س}$

فأوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجال ن

٤ (أ) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح :

٣ س^{٢} = ٥ س ـ ١ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

(ب) أوجد فى ح^{٢} مجموعة حل المعادلتين:

ص ـ س = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} ـ س ص = ١٣

٥ (أ) أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحًا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٧س + ١٢} - \frac{٤}{س^{٢} - ٤س}$$

(ب) عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثانى كان الناتج ١٣، وإذا أضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثانى كان الناتج ١٦، فما العددان ؟

ثانيًا: الهندسة

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) متساويتان (ب) متتامتان (جـ) متكاملتان (د) متبادلتان

(٢) م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ٦ سم ، ٨ سم فإذا كان م ن = ١٤ سم فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متقاطعتين (ب) متباعدتين (جـ) متداخلتين (د) متماستين من الخارج

(٣) مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٧ سم ، ٨ سم يكون ....

(أ) منفرج الزاوية (ب) حاد الزوايا (جـ) قائم الزاوية (د) متساوي الأضلاع

(٤) يمكن رسم دائرة تمر برءوس ....

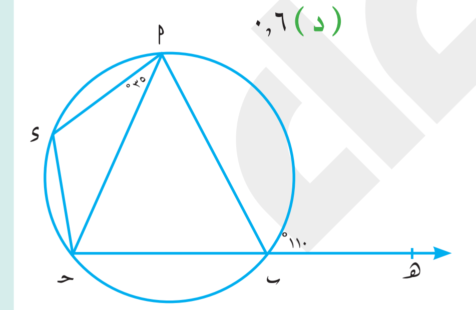
(أ) معين (ب) مستطيل (جـ) شبه منحرف (د) متوازي الأضلاع

(٥) مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحة سطحه تساوي ....

(أ) ٥٠ سم٢ (ب) ٥٠ سم (جـ) ٢٥ سم٢ (د) ٢٥ سم

(٦) △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، إذا كان ب جـ = ٨ سم، أ ب = ٦ سم فإن جا جـ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) ٠,٦



٢ (أ) في الشكل المقابل:

ق(∠ أ ب هـ) = ١١٠° ، ق(∠ جـ أ ء) = ٣٥°

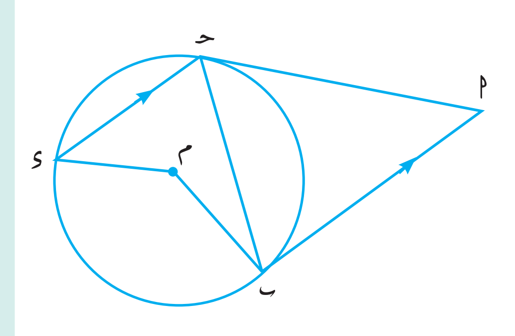
أثبت أن: جـ ء = أ ء



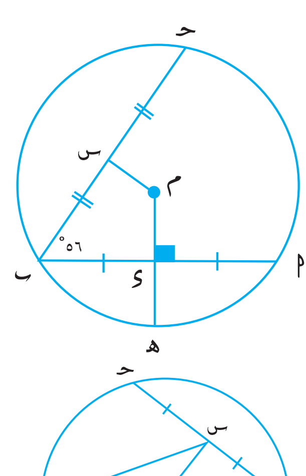
(ب) في الشكل المقابل:

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب،

$\overline{أب}$ // $\overline{ءجـ}$ ، أثبت أن: $\overleftarrow{جـب}$ تنصف (∠ أ جـ ء)



٣ **(أ) فى الشكل المقابل:**



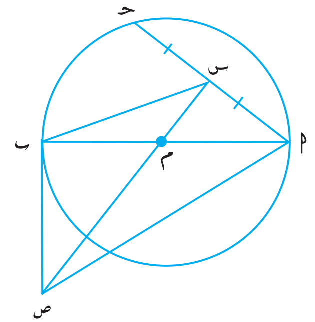
أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م التى طول نصف قطرها ٥ سم،

م ء ⊥ أ ب ، ق (∠ ب) = ٥٦° ، أ ب = ٨ سم ،

س منتصف ب حـ ،

أوجد : (١) ق (∠ ء م س) (٢) طول ء هـ

(ب) فى الشكل المقابل:



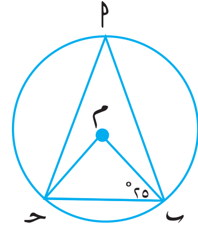
أ ب قطر فى الدائرة م ، س منتصف أ حـ

س م يقطع المماس المرسوم عند ب فى ص

أثبت أن: الشكل أ س ب ص رباعى دائرى



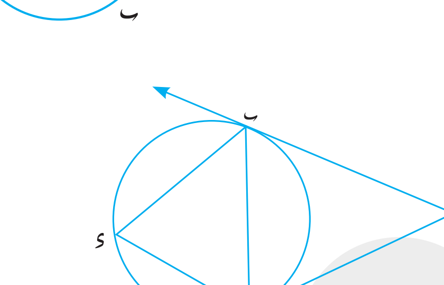
٤ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ق (∠ م ب حـ) = ٢٥°

أوجد: ق (∠ ب أ حـ)

(ب) فى الشكل المقابل:

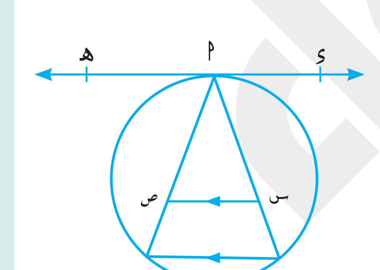


أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

أوجد: ق (∠ أ).

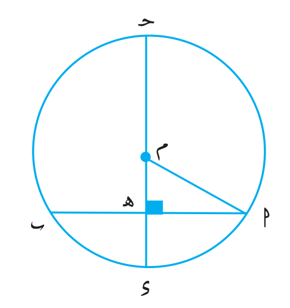
٥ **(أ) فى الشكل المقابل :**



أ ء مماس للدائرة عند أ ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ حـ ، بحيث س ص // ب حـ

أثبت أن: أ ء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

(ب) فى الشكل المقابل:



حـ ء قطر فى الدائرة م ، أ ب = ١٠ سم ،

م هـ ⊥ أ ب ، ق (∠ أ م ء) = ٣٠°

أوجد : طول حـ ء

نموذج الأضواء ٢

ثانيًا: الهندسة

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) النسبة بين قياس الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس تساوى ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٤

(٢) قياس الزاوية الداخلة للمضلع الخماسى المنتظم يساوى ....°

(أ) ٧٢ (ب) ١٨٠ (جـ) ١٠٨ (د) ١٢٠

(٣) وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة محيطها ١٠ π سم فإن بُعد الوتر عن مركز الدائرة يساوى .....سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

(٤) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

(أ) حادة (ب) مستقيمة (جـ) قائمة (د) منفرجة

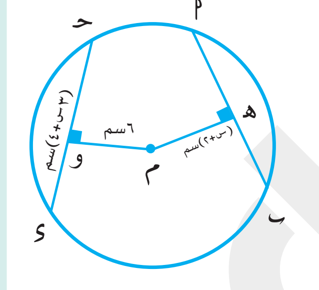
(٥) أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ) فإن ق (∠ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

(٦) م ، ن دائرتان متقاطعتان ، طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن م ن ∈ ....

(أ)]٢ ، ∞[(ب)]٨ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

٢ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب = حـ ء ، م و = ٦ سم ، م هـ = (س + ٢) سم

حـ ء = (٣ س + ٤) سم ، أوجد قيمة س ، وطول $\overline{\text{حـ ء}}$

(ب) أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ، ق (∠ أ م ب) = ٩٠° ،

ق (∠ ب م حـ) = ١٣٠° ، أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث أ ب حـ .

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

هـ ء مماس للدائرة م عند حـ ، هـ ء // أ ب

، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن: المثلث حـ أ ب متساوى الأضلاع.

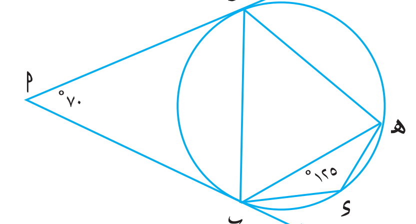
(ب) فى الشكل المقابل:



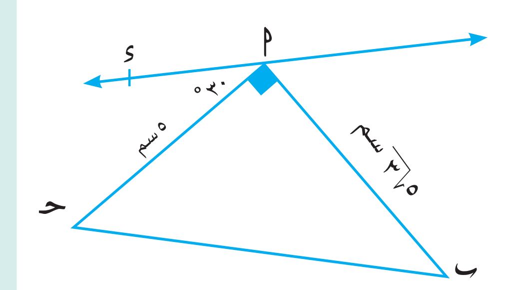
أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة ، ق (∠ أ) = ٧٠°

، ق (∠ ء) = ١٢٥° . أوجد : ق (∠ أ ب حـ)

ثم أثبت أن : حـ ب = ب هـ



٤ (أ) فى الشكل المقابل:



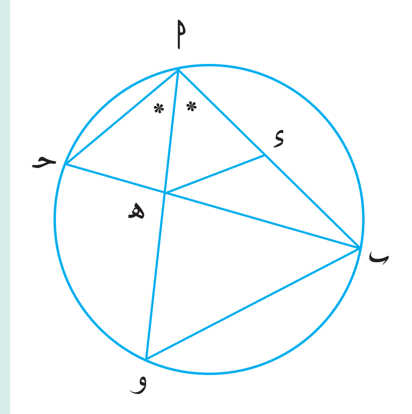
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ

أ حـ = ٥ سم ، أ ب = ٥ $\sqrt{3}$ سم ، ق (∠ ء أ حـ) = ٣٠°

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث أ ب حـ



(ب) في الشكل المقابل:

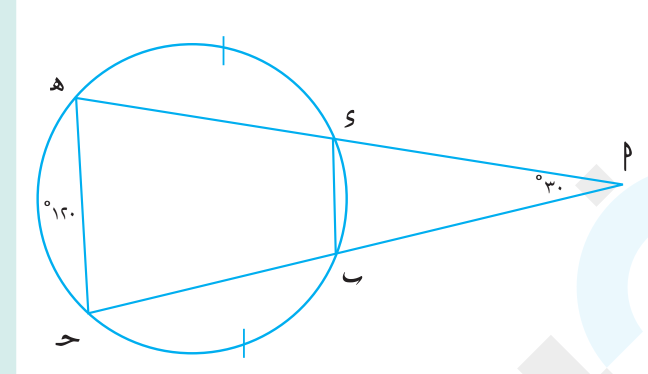


أ حـ = أ ء ، $\overrightarrow{\text{أ هـ}}$ ينصف ∠ أ ، ويقطع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى هـ

ويقطع الدائرة فى و .

أثبت أن: الشكل ب ء هـ و رباعى دائرى.

٥ (أ) فى الشكل المقابل:



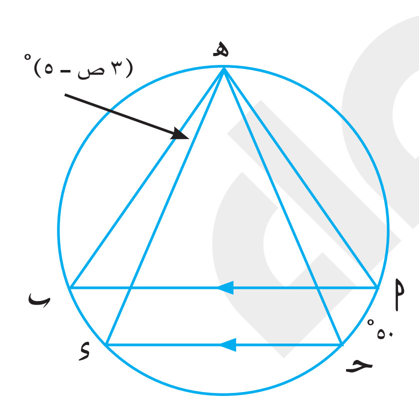
ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{هـ حـ}}$) = ١٢٠°

ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$) ،

(١) أوجد ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) الأصغر

(٢) أثبت أن: أ ب = أ ء

(ب) في الشكل المقابل:



$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ٥٠°

ق (∠ ب هـ ء) = (٣ ص – ٥)°

أوجد: قيمة ص .

نموذج الأضواء ٣

ثانيًا: الهندسة

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) فى Δ ٩ ب حـ إذا كان $(٩ ب)^٢ = (٩ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢$ فإن ∠ ب تكون ....

(أ) حادة　(ب) منفرجة　(جـ) قائمة　(د) منعكسة

(٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى $\frac{١}{٣}$ دائرة تساوى .... °

(أ) ٢٤٠　(ب) ١٢٠　(جـ) ٦٠　(د) ٣٠

(٣) ميل المستقيم ٣ س + ٢ ص = ١ هو ....

(أ) $\frac{٢}{٣}$　(ب) $-\frac{٣}{٢}$　(جـ) $-\frac{٢}{٣}$　(د) $\frac{٣}{٢}$

(٤) ٩ ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه ق (∠ ٩) = ٧٠ ° فإن ق (∠ جـ) = ...

(أ) ٢٥°　(ب) ٢٠°　(جـ) ١١٠°　(د) ١٠٠°

(٥) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل يساوى ....

(أ) ١　(ب) ٢　(جـ) ٣　(د) صفر

(٦) دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ...سم

(أ) ١٢ π　(ب) ٦ π　(جـ) ٢٤ π　(د) ١٠ π

٢ (أ) فى الشكل المقابل:

$\overline{٩ ب}$ ، $\overline{٩ حـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف $\overline{٩ ب}$ ، ص منتصف $\overline{٩ حـ}$ ، أثبت أن: س ء = ص هـ

(ب) في الشكل المقابل:

$\overline{٩ ب}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{حـ م} // \overline{٩ ب}$

$\overline{ب حـ} \cap \overline{٩ م} = \{هـ\}$ ، ق (∠ ٩) = ٦٠°

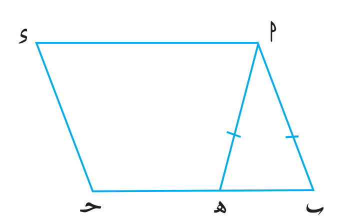
أوجد ق (∠ ب) .

٣ **(أ) فى الشكل المقابل:**

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ ب حـ

بحيث أ ب = أ هـ

أثبت أن: الشكل أ هـ حـ ء رباعى دائرى

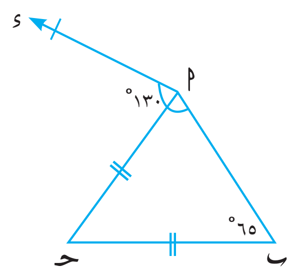


(ب) فى الشكل المقابل:

Δ أ ب حـ فيه حـ ب = أ حـ ، ق (∠ ء أ ب) = ١٣٠°

، ق (∠ ب) = ٦٥°

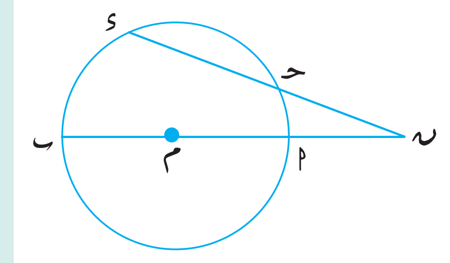
أثبت أن: أ ء مماس للدائرة المارة برءوس المثلث Δ أ ب حـ .



٤ **(أ) فى الشكل المقابل:**

أ ب قطر فى الدائرة م ، ب أ ∩ ء حـ = {ن}

أثبت أن: ن ب > ن ء



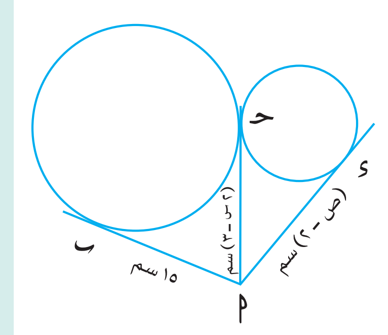
(ب) فى الشكل المقابل:

دائرتان متماستان من الخارج فى حـ ، أ ء تمس الدائرة الصغرى فى ء

، أ ب تمس الدائرة الكبرى فى ب ، فإذا كان أ ء = (ص - ٢) سم

، أ حـ = (٢ س - ٣) سم ، أ ب = ١٥ سم

فأوجد بالبرهان: قيمة كل من : س ، ص

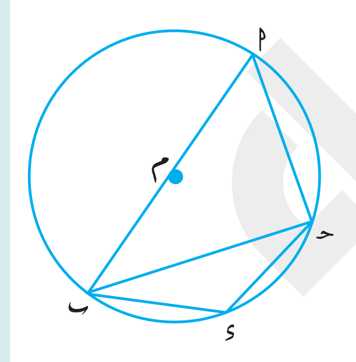


٥ **(أ) فى الشكل المقابل:**

أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (⌒ب ء) = ق (⌒حـ ء)

ق (∠ ء ب حـ) = ١٤٠°

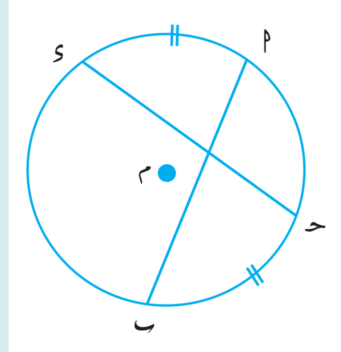
أوجد: (١) ق (∠ أ ب حـ) (٢) ق (∠ أ ب ء)



(ب) فى الشكل المقابل:

أ ب ، حـ ء وتران فى الدائرة م ، ق (⌒أ ء) = ق (⌒ب حـ)

أثبت أن: أ ب = حـ ء



إجابة نموذج الأضواء ١

أولًا : الجبر

١ (١) ح − {−٢، ٣}

(٢) صفر

(٣) {٠}

(٤) $\frac{١}{٣}$

(٥) {(٤، ٢)}

(٦) س = ١

٢ (أ) ∵ س + ٣ ص = ٧ (١)

٥ س − ص = ٣ (بالضرب × ٣)

∴ ١٥ س − ٣ ص = ٩ (٢)

بجمع (١)، (٢):

∴ ١٦ س = ١٦ س = ١

وبالتعويض فى (١): ١ + ٣ ص = ٧ ∴ ص = ٢

∴ م . ح = {١، ٢}

(ب) ن (س) = $\frac{س}{س - ٢} \div \frac{س + ٣}{(س - ٢)(س + ١)}$

مجال ن = ح − {٢، −١، −٣}

ن (س) = $\frac{س}{س - ٢} \times \frac{(س - ٢)(س + ١)}{س + ٣} = \frac{س(س + ١)}{س + ٣} = \frac{س^٢ + س}{س + ٣}$

٣ (أ) (١) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٧ + ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٩

(٢) ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٧ − ٠,٤ = ٠,٣

(٣) ل (بَ) = ١ − ل (ب) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

(ب) د (س) = $\frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س - ١)} \times \frac{س + ١}{س^٢ + ٢س + ٤}$

مجال د = ح - {٢، ١}

د (س) = $\frac{س + ١}{(س - ١)}$

٤ (أ) $د_١$ (س) = $\frac{س^٢ - ٣س + ٩}{(س + ٣)(س^٢ - ٣س + ٩)}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{٢}{٢(س + ٣)}$

مجال $ن_١$ = ح - {-٣} ، مجال $ن_٢$ = ح - {-٣}

$د_١$ (س) = $\frac{١}{(س + ٣)}$ ، $د_٢$ (س) = $\frac{١}{س + ٣}$ ،

∵ مجال $د_١$ = مجال $د_٢$ ، $د_١$ (س) = $د_٢$ (س)

∴ $د_١$ = $د_٢$

(ب) ∵ س - ص = ١ ∴ س = ١ + ص (١)

$س^٢ + ص^٢ = ٢٥$ (٢)

بالتعويض من (١) في (٢):

∴ $(١ + ص)^٢ + ص^٢ = ٢٥$

∴ ١ + ٢ص + $ص^٢$ + $ص^٢$ - ٢٥ = ٠

∴ ٢$ص^٢$ + ٢ص - ٢٤ = ٠

∴ $ص^٢$ + ص - ١٢ = ٠

∴ (ص + ٤) (ص - ٣) = ٠

∴ ص = -٤ أ، ص = ٣

وبالتعويض في (١):

∴ س = -٣ أ، س = ٤

∴ م.ح = {(-٣ ، -٤)، (٤ ، ٣)}

٥ (أ) ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢س + ٤}{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)} + \frac{١}{س + ٢}$

مجال د = ح - {٢، -٢}

د (س) = $\frac{١}{س - ٢} + \frac{١}{س + ٢} = \frac{س + ٢ + س - ٢}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{٢س}{س^٢ - ٤}$

(ب)

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	٨	٣	٠	-١	٠	٣	٨

(١) م.ح = {١ ، -١} (٢) القيمة الصغرى ص = -١

إجابة نموذج الأضواء ٢

أولًا : الجبر

١ (١) ح − {١}

(٢) ٢

(٣) {٢ ، −١}

(٤) صفر

(٥) ح − {(−٢ ، ٢ ، ١)}

(٦) ل (ب)

٢ (أ) ∵ ٢س + ص = ١ (١)

س + ٢ ص = ٥ (بالضرب × −٢)

∴ −٢س − ٤ص = −١٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢):

∴ −٣ص = −٩ ص = ٣

وبالتعويض فى (١): ٢س + ٣ = ١ ∴ س = −١

∴ م . ح = {(−١ ، ٣)}

(ب) ن (س) = $\frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ٢س + ١} \times \frac{٢س - ٢}{س^٢ + س + ١}$

ن (س) = $\frac{(س - ١)(س^٢ + س + ١)}{(س - ١)^٢} \times \frac{٢(س - ١)}{س^٢ + س + ١}$

المجال = ح − {١} ن (س) = ٢

٣ (أ) (١) ل (أَ) = ١− ل (أ) = ١ − ٠,٨ = ٠,٢

(٢) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = ٠,٨ + ٠,٧ − ٠,٦ = ٠,٩

(٣) ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = ٠,٧ − ٠,٦ = ٠,١

(ب) (١) $ن^{-١}$ (س) = $\frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢)}{س^٢ - ٢س}$

= $\frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢)}{س (س - ٢)}$ = $\frac{(س^٢ + ٢)}{س}$

مجال $ن^{-١}$ = ح − {٠ ، ٢}

(٢) $\frac{(س^{٢}+٢)}{س} = ٣$

$س^{٢} + ٢ = ٣ س$

$س^{٢} - ٣س + ٢ = ٠$

$س = ١ ، س = ٢$

٤ (أ) $ن_{١}(س) = \frac{(س+٢)(س+١)}{(س+٢)(س-٢)}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{(س+١)(س-١)}{(س-٢)(س-١)}$

مجال $ن_{١}$ = ح − {−٢، ٢} ، مجال $ن_{٢}$ = ح − {٢، ١}

$ن_{١}(س) = \frac{س+١}{س-٢}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س+١}{س-٢}$

∴ $ن_{١}(س) = ن_{٢}(س)$ لجميع قيم س ∈ ح − {−٢، ٢، ١}

(ب) (١) $ن_{١}(س) = \frac{٢س}{٢س+٤}$

$ن_{١}(س) = \frac{٢س}{٢(س+٢)}$

مجال $ن_{١}$ = ح − {−٢} ، $ن_{١}(س) = \frac{س}{س+٢}$	(١)

(٢) $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢}+٢س}{س^{٢}+٤س+٤}$

، $ن_{٢}(س) = \frac{س(س+٢)}{(س+٢)^{٢}}$

مجال $ن_{٢}$ = ح − {−٢} ، $ن_{٢}(س) = \frac{س}{س+٢}$	(٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن: $ن_{١} = ن_{٢}$

٥ (أ) $ن(س) = \frac{س(س+١)}{(س+١)(س-١)} + \frac{س-٥}{(س-٥)(س-١)}$

مجال ن = ح − {−١، ١، ٥} (٢)

، $ن(س) = \frac{س}{س-١} + \frac{١}{س-١} = \frac{س+١}{س-١}$

(ب) (١) ل(أَ) = ١ − ل(أ) ل(أَ) = ١ − ٠,٨ = ٠,٢

(٢) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٨ + ٠,٧ − ٠,٦ = ٠,٩

إجابة نموذج الأضواء ٣

أولًا : الجبر

١ (١) ٤

(٢) $\frac{٢}{٣}$

(٣) ٢٠

(٤) ٠,٢

(٥) {(−٢ ، ٣)}

(٦) −٤

٢ (أ) ص − س = ٢   (١)

س² + س ص − ٤ = صفر   (٢)

من (١) ص = س + ٢   (٣)

بالتعويض فى (٢)

س² + س (س + ٢) − ٤ = صفر

س² + س² + ٢ س − ٤ = صفر

٢ س² + ٢ س − ٤ = صفر

س² + س − ٢ = ٠

(س + ٢) (س − ١) = ٠

س = −٢   أو   س = ١

بالتعويض فى (٣)   بالتعويض فى (٣)

ص = ٠   ص = ٣

∴ مجموعة الحل = {(−٢ ، ٠)، (١ ، ٣)}

(ب) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)}$

مجال ن = ح − {٣ ، ٤ ، ٠}

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{(\text{س} - ٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)} =$

$\frac{\text{س}}{\text{س}(\text{س} - ٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)} = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)} = \frac{١}{\text{س}}$

٣ (أ) س + ص = ٩٠° (١)

س ـ ص = ٥٠° (٢)

بالجمع

٢س = ١٤٠°

∴ س = ٧٠° بالتعويض فى (١)

∴ ص = ٢٠°

(ب) ن (س) = $\frac{س (س^٢ - ١)}{(س - ١)(س - ١)} \times \frac{٢ (س - ١)}{س (س + ١)}$

= $\frac{س (س - ١)(س + ١)}{(س - ١)(س - ١)} \times \frac{٢ (س - ١)}{س (س + ١)}$

مجال ن = ح - {١، ٠، -١}

ن (س) = ٢

٤ (أ) ٣س^٢ ـ ٥ س + ١ = ٠

أ = ٣ ، ب = ـ ٥ ، جـ = ١

ب^٢ ـ ٤ أ جـ = (ـ٥)^٢ ـ ٤(٣)(١) = ١٣

∵ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$

∴ س = $\frac{٥ + \sqrt{١٣}}{٦}$ أو س = $\frac{٥ - \sqrt{١٣}}{٦}$

س ≃ ١,٤٣ أو س ≃ ٠,٢٣

مجموعة الحل = {١,٤٣ ، ٠,٢٣}

(ب) ∵ ص ـ س = ٣ ∴ ص = ٣ + س (١)

س^٢ + ص^٢ ـ س ص = ١٣ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢):

∴ س^٢ + (٣ + س)^٢ ـ س (٣ + س) = ١٣

∴ س^٢ + ٩ + ٦ س + س^٢ ـ ٣س ـ س^٢ ـ ١٣ = ٠

∴ س^٢ + ٣ س ـ ٤ = ٠

∴ (س + ٤) (س ـ ١) = ٠

∴ س = ـ ٤ أ، س = ١

وبالتعويض فى (١):

∴ ص = ـ ١ أ، ص = ٤

∴ م.ح = {(ـ ٤ ، ـ ١) ، (١ ، ٤)}

٥ (أ) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٢} - \frac{٤}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س}}$

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٤)} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)}$

المجال = ح ـ {٣ ، ٤ ، ٠}

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ٤} - \frac{٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)}$

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٤}{\text{س}(\text{س} - ٤)} = \frac{١}{\text{س}}$

(ب) نفرض أن العددين هما س ، ص

٣س + ٢ص = ١٣ (١)

س + ٣ص = ١٦ (بالضرب × ـ ٣)

ـ ٣س ـ ٩ص = ـ ٤٨ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢):

ـ ٧ ص = ـ ٣٥ ∴ ص = ٥

بالتعويض فى (١) ∴ س = ١

العددان هما ١ ، ٥

إجابة نموذج الأضواء ١

ثانيًا: الهندسة

١ ① متكاملتان ② متماستين من الخارج ③ حاد الزوايا

④ مستطيل ⑤ ٢٥ سم٢ ⑥ ٠,٦

٢ (أ) ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ أ ب هـ) = ق(∠ ء) = ١١٠°

في المثلث أ حـ ء

∵ ق(∠ حـ أ ء) = ٣٥° ، ق(∠ ء) = ١١٠°

∴ ق(∠ أ حـ ء) = ١٨٠° − (٣٥° + ١١٠°) = ٣٥°

∵ ق(∠ حـ أ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (حـ ء⌒) ، ق(∠ أ حـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (أ ء⌒)

∵ ق(∠ حـ أ ء) = ق(∠ أ حـ ء) = ٣٥°

∴ حـ ء = أ ء

(ب) ∵ أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ،

∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ) (١)

∵ أب // حـء

∴ ق(∠ ء حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ) (بالتبادل) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ ء حـ ب)

∴ حـب تنصف (∠ أ حـ ء)

٣ (أ) (١) ق(∠ ء م س) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°) = ١٢٤°

(٢) ء هـ = ٥ − ٣ = ٢ سم

(ب) ∵ ب ص مماس ، أ ب قطر في الدائرة م ،

∴ ق (∠ أ ب ص) = ٩٠°

∵ س منتصف $\overline{أ ح}$ ، م مركز الدائرة

∴ ق (∠ أ س ص) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ ب ص) = ق (∠ أ س ص)

∵ ∠ أ ب ص ، ∠ أ س ص زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{أ ص}$ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل أ س ب ص رباعى دائرى

٤ (أ) فى المثلث م ب ح

∵ م ب = م ح = نق

∴ ق (∠ م ح ب) = ق (∠ م ب ح) = ٢٥°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق (∠ ب م ح) = ١٨٠° − (٢٥° + ٢٥°) = ١٣٠°

∵ ∠ ب م ح (المركزية) ، ∠ ب أ ح (المحيطية) مشتركتان فى ($\overset{\frown}{أ ب}$)

∴ ق (∠ ب أ ح) = $\frac{١}{٢}$ × ١٣٠° = ٦٥°

(ب) ∵ (∠ أ ب ح) المماسية ، (∠ ى) المحيطية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{ب ح}$)

∴ ق (∠ أ ب ح) = ق (∠ ى) = ٧٠°

∵ $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ ح}$ مماسان للدائرة عند ب ، ح

∴ أ ب = أ ح

∴ ق (∠ أ ب ح) = ق (∠ أ ح ب) = ٧٠°

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

٥

(أ) ∵ ∠ ى أ ب (المماسية) ، ∠ ح (المحيطية) مشتركتان فى ($\overset{\frown}{أ ب}$)

∴ ق (∠ ى أ ب) = ق (∠ ح) (١)

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب ح}$

∴ ق (∠ أ ص س) = ق (∠ ح) (بالتناظر) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن:

ق (∠ ء أ ب) = ق (∠ أ ص س)

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

(ب) ∵ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∵ أ ب = ١٠ سم

∴ أ هـ = هـ ب = ٥ سم

فى المثلث أ هـ م القائم الزاوية في هـ

∵ ق (∠ أ) = ٣٠°

∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ م

∴ نق = أ م = ١٠ سم ومنها

حـ ء = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم

إجابة نموذج الأضواء ٢

ثانيًا: الهندسة



١ ١ : ٢　　٢ ١٠٨　　٣ ٣

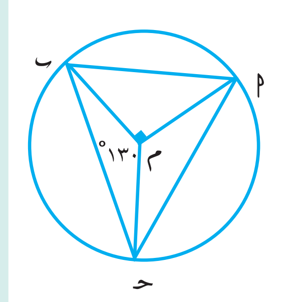
٤ قائمة　　٥ ١٢٠°　　٦]٢ ، ٨[

٢

(أ) س = ٤ ، حـ ٤ = ١٦ سم

(ب) ∵ (∠ أ م ب) المركزية ، (∠ أ حـ ٤) المحيطية مشتركتان في (⌒أ ب)

∴ ق(∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ٩٠° = ٤٥°



∵ (∠ حـ م ب) المركزية ، (∠ حـ أ ب) المحيطية مشتركتان في (⌒ب حـ)

∴ ق(∠ حـ أ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ حـ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٣٠° = ٦٥°

في المثلث أ ب حـ

∵ ق(∠ أ حـ ب) = ٤٥° ، ق(∠ حـ أ ب) = ٦٥°

∴ ق(∠ أ ب حـ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٦٥°) = ٧٠°



٣

(أ) ∵ (∠ أ حـ ب) المحيطية ، (∠ أ م ب) المركزية مشتركتان في (⌒أ ب)

∴ ق(∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠°

∵ $\overleftrightarrow{ه ٤}$ // $\overline{أ ب}$

∴ ق (⌒أ حـ) = ق (⌒ب حـ)

∴ أ حـ = ب حـ

∴ المثلث حـ أ ب متساوى الساقين

∵ ق(∠ أ حـ ب) = ٦٠°

∴ المثلث حـ أ ب متساوى الأضلاع

(ب) ∵ $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة

∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ أ ب حـ) = (١٨٠° ـ ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°

∵ ∠ ب هـ حـ (المحيطية) ، ∠ أ حـ ب (المماسية) مشتركتان فى ق (ب⌒حـ)

∴ ق(∠ ب هـ حـ) = ق(∠ أ حـ ب) = ٥٥°

∵ الشكل حـ ب ء هـ رباعى دائرى

∴ ق(∠ ب حـ هـ) = ١٨٠° ـ ١٢٥° = ٥٥°

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠ ب هـ حـ) = ق(∠ ب حـ هـ)

∴ حـ ب = هـ ب



(أ) فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى أ

أ ب = ٥ $\sqrt{٣}$ سم ، أ حـ = ٥ سم

∴ (ب حـ)^{٢} = ٧٥ + ٢٥ = ١٠٠

∴ ب حـ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

أ حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

∴ ق(∠ ب) = ٣٠°

∵ ق(∠ ء أ حـ) = ق(∠ ب) = ٣٠°

∴ $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث أ ب حـ .

(ب) المثلثان أ ء هـ ، أ حـ هـ فيهما

أ ء = أ حـ

ق(∠ ء أ هـ) = ق(∠ حـ أ هـ)

$\overline{أهـ}$ ضلع مشترك

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ حـ هـ) (١)

∵ ∠ أ حـ هـ (المحيطية) ، ∠ و (المحيطية) مشتركتان فى (أ⌒ب)

∴ ق (∠ ا حـ هـ) = ق (∠ و)   (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (∠ ا ء هـ) = ق (∠ و)

(قياس الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعى يسساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة)

∴ الشكل ب ء هـ و رباعى دائرى


٥

(أ) ∵ ق (∠ ا) = ٣٠° ، ق (⌒هـ حـ) = ١٢٠°

∴ ق (⌒ب ء) = ١٢٠° − ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∵ ق (⌒ب حـ) = ق (⌒ء هـ) بإضافة ق (⌒ب ء) للطرفين

∴ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ء ب هـ)

∵ ق (∠ حـ هـ ء) = ½ ق (∠ ء ب حـ) ، ق (∠ ب حـ هـ) = ½ ق (∠ ء ب هـ)

∴ ق (∠ هـ) = ق (∠ حـ)

∵ الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ ا ب ء) = ق (∠ هـ) ، ق (∠ ا ء ب) = ق (∠ حـ)

ومنها يكون : ق (∠ ا ب ء) = ق (∠ ا ء ب)

∴ ا ب = ا ء

(ب) ∵ ا ب // حـ ء

∴ ق (⌒ا حـ) = ق (⌒ب ء) = ٥٠°

∵ ق (∠ ب هـ ء) = ½ ق (⌒ب ء)

∴ (٣ ص − ٥) = ٢٥°

ومنها قيمة ص = ١٠

إجابة نموذج الأضواء ٣



ثانيًا: الهندسة

١

① حادة ② ١٢٠ ③ $-\frac{٣}{٢}$

④ ١١٠° ⑤ ١ ⑥ ١٢ π

٢

(أ) ∵ س فى منتصف $\overline{أب}$ ، ص فى منتصف $\overline{أحـ}$

∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أحـ}$

∵ أب = أحـ (أوتار متساوية)

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية) (١)

∵ م ء = م هـ = نق (٢)

من (١) ، (٢) بالطرح

∴ م ء − م س = م هـ − م ص

∴ س ء = ص هـ

(ب) ∵ $\overline{حـم} // \overline{أب}$

∴ ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ م أ ب) = ٦٠° (بالتبادل)

∵ ∠ ب (المحيطية) ، ∠ أ م حـ (المركزية) مشتركتان فى $\overset{\frown}{أحـ}$

∴ ق (∠ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠° = ٣٠°

٣

(أ) ∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء) (١)

∵ أ ب = أ هـ

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ب) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ ء)

قياس الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعى تساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة

∴ الشكل ا هـ حـ ء رباعى دائرى.

(ب) فى المثلث ا ب حـ

∵ حـ ب = حـ ا

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ب ا حـ) = ٦٥°

∵ ق (∠ ء ا ب) = ١٣٠°

∴ ق (∠ ء ا حـ) = ١٣٠° ـ ٦٥° = ٦٥°

∵ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ب) = ٦٥°

∴ $\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا ب حـ .


٤

(ا) العمل : نصل $\overline{\text{م ء}}$

البرهان :

فى المثلث ن م ء:

∵ ن م + م ء > ن ء (من متباينة المثلث)

∵ ا م = م ء = م ب = نق

∴ ن م + م ب > ن ء

∴ ن ب > ن ء

(ب) ∵ $\overline{\text{ا حـ}}$ ، $\overline{\text{ا ء}}$ مماسان للدائرة الصغرى

، $\overline{\text{ا حـ}}$ ، $\overline{\text{ا ب}}$ مماسان للدائرة الكبرى

∴ ا حـ = ا ب = ا ء

ومنها

∴ ٢ س ـ ٣ = ١٥ ∴ ٢ س = ١٨

∴ س = ٩ ∴ ص ـ ٢ = ١٥

∴ ص = ١٧

٥

(أ) ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∵ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° ـ ١٤٠° = ٤٠°

فى المثلث أ ب حـ :

ق (∠ أ ب حـ) = ١٨٠° ـ (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∵ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ٢ ق (∠ أ حـ ب)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ٢ × ٩٠ = ١٨٠°

∵ ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)

∴ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ء حـ ب) = (١٨٠° ـ ١٤٠°) ÷ ٢ = ٢٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ٢ × ٢٠° = ٤٠° ومنها يكون

ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° + ٤٠° = ١٣٠°

(ب) ∵ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)

بإضافة ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) للطرفين

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ حـ أ ء)

∴ أ ب = حـ ء